



Model Peramalan *Air Quality Index* (AQI) di Kota Jakarta Menggunakan Metode Rantai Markov Diskrit

Muhammad Syahrul^a, Lisa Harsyiah^{b*}, Dina Eka Putri^c

^a Program Studi Matematika, Universitas Mataram, Indonesia.

^{b,c} Program Studi Statistika, Universitas Mataram, Indonesia.

*Corresponding author: lisa_harsyiah@unram.ac.id

ABSTRACT

Air pollution is a condition when the air in the atmosphere is polluted by any toxic chemical, physical or biological substance that can change the natural characteristics of the atmosphere. Air pollution is an urgent environmental problem throughout the world, especially in Indonesia, one of which is the city of Jakarta. The Jakarta City Government has issued Gubernatorial Decree Number 593 of 2023 concerning the Air Pollution Control Task Force, in the attachment to decision point B, number 4. As an anticipatory step to find out the results of the Gubernatorial Decree's prevention efforts, air quality forecasting was carried out in the City of Jakarta using the Markov chain method. The Air Quality Index (AQI) is used as an air quality forecasting index. Based on the method used, a steady state is obtained from March 30 2024 until the following day, the chance that air quality in the city of Jakarta will be at 76 to 89 AQI with the highest chance being 20.14%, where the air quality shows the medium category. This indicates that air quality in the future tends to remain stable within that category; therefore, continuous efforts are needed to reduce the potential increase in air pollution.

Keywords: AQI; Jakarta City; Forecasting; Air Pollution; Markov Chain

ABSTRAK

Polusi udara adalah kondisi ketika udara di atmosfer tercemar oleh zat beracun, baik berupa bahan kimia, fisik, maupun biologis, yang dapat mengubah karakteristik alami atmosfer. Polusi udara merupakan masalah lingkungan yang mendesak di seluruh dunia, khususnya di Indonesia, salah satunya di Kota Jakarta. Pemerintah Provinsi DKI Jakarta telah mengeluarkan Keputusan Gubernur Nomor 593 Tahun 2023 tentang Satuan Tugas Pengendalian Pencemaran Udara, pada lampiran bagian B, angka 4. Sebagai langkah antisipatif untuk mengetahui hasil dari upaya pencegahan dalam Keputusan Gubernur tersebut, dilakukan peramalan kualitas udara di Kota Jakarta menggunakan metode rantai Markov. Indeks Kualitas Udara (Air Quality Index/AQI) digunakan sebagai indeks dalam peramalan kualitas udara. Berdasarkan metode yang digunakan, diperoleh kondisi keadaan tunak (*steady state*) mulai tanggal 30 Maret 2024 hingga hari-hari berikutnya, dengan peluang terbesar kualitas udara di Kota Jakarta berada pada rentang 76 hingga 89 AQI sebesar 20,14%, di mana kualitas udara tersebut termasuk dalam kategori sedang. Hal ini menunjukkan bahwa kualitas udara di masa mendatang cenderung stabil pada kategori tersebut, sehingga diperlukan upaya berkelanjutan untuk menekan potensi peningkatan pencemaran udara.

Kata kunci: AQI; Kota Jakarta; Peramalan; Polusi Udara; Rantai Markov

Diterima: 11-05-2026; Disetujui: 17-06-2026;

Doi: <https://doi.org/10.29303/ijasds.v3i1.10215>



1. Pendahuluan

Polusi udara adalah kondisi ketika udara di atmosfer tercemar zat kimia beracun, fisik, atau biologis apapun yang dapat mengubah karakteristik alami atmosfer (WHO, 2024). Ada beberapa sumber penyebab terjadinya polusi udara yaitu kendaraan bermotor, industri, pembangkit listrik dengan bahan bakar fosil, pertanian, pembakaran sampah, dan sebagainya (A'yun & Umaroh, 2022). Salah satu masalah mendesak di seluruh dunia adalah adanya polusi udara dikarenakan dapat mempengaruhi seluruh atmosfer Bumi (Zuhri, 2014). Oleh karena banyaknya dampak negatif polusi udara terhadap makhluk hidup dan lingkungan sehingga hal tersebut menjadi sangat penting untuk diperhatikan. Menjaga kualitas udara agar tetap sehat termasuk dalam beberapa tujuan *Sustainable Development Goals* (SDGs), terutama SDGs 3.9 yaitu, mengurangi jumlah kematian dan penyakit yang disebabkan oleh polusi udara dan bahan kimia berbahaya, serta SDG 11.6, yaitu mengurangi dampak lingkungan negatif per kapita dari kota, termasuk kualitas udara. Model peramalan kualitas udara dapat membantu pemerintah dan perencana kota dalam mengambil tindakan untuk mengurangi pencemaran udara dan meningkatkan kualitas lingkungan urban.

Air Quality Index (AQI) adalah indeks yang digunakan untuk melaporkan tingkat keparahan pencemaran udara kepada masyarakat dengan mengubah informasi berbagai polutan menjadi suatu nilai indeks yang lebih mudah dipahami (Kanchan et al., 2015). Indeks ini membantu masyarakat dan pemerintah untuk memahami tingkat polusi udara, dampaknya terhadap kesehatan manusia, dan langkah-langkah yang perlu diambil untuk menjaga kualitas udara yang baik. Indeks polutan AQI lebih mudah dipahami dalam konteks kualitas udara, selain itu indeks ini tersorot secara nasional, serta datanya yang *real time* (Fino et al., 2021).

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, polusi udara salah satu masalah lingkungan yang mendesak di bumi salah satunya di Daerah Khusus Ibukota (DKI) Jakarta. Kota Jakarta menduduki posisi ke-6 sebagai kota dengan kualitas udara terburuk di dunia (Republika, 2023). Berdasarkan nilai AQI, Kota Jakarta berada di angka 129, yang berarti tingkat kualitas udara yang tidak sehat bagi kelompok sensitif karena dapat merugikan manusia dan hewan serta dapat merusak tumbuhan. Oleh karena itu, untuk mempercepat penanganan pencemaran udara, Gubernur Kota Jakarta telah mengeluarkan Keputusan Gubernur (Kepgub) Nomor 593 Tahun 2023 tentang Satuan Tugas Pengendalian Pencemaran Udara, pada lampiran Keputusan poin B, Nomor 4. Beberapa uraian tugasnya antara lain, melakukan pengendalian polusi udara dari kegiatan industri, melaksanakan pemantauan secara berkala terhadap kondisi kualitas udara, dan lain sebagainya. Sebagai langkah antisipasi, ingin diketahui bagaimana hasil upaya pencegahan polusi udara di Kota Jakarta. Salah satu caranya yaitu dengan meramal nilai AQI Kota Jakarta yang akan terjadi di masa mendatang menggunakan data di masa sekarang. Cara ini termasuk efektif, karena dapat diketahui kualitas udara di Kota Jakarta pada masa depan apakah akan semakin baik atau malah semakin memburuk.

Peramalan dapat dilakukan dengan banyak metode, salah satunya metode rantai Markov. Metode rantai Markov dapat digunakan untuk membantu pengambilan keputusan dan juga dapat memprediksi apa yang akan terjadi di masa depan (Latifah & Astuti, 2021). Analisis rantai Markov menggunakan sifat variabel pada masa sekarang berdasarkan sifat masa lalu untuk menaksir sifatnya pada masa mendatang (Nurjana et al., 2016). Dengan kata lain, bentuk yang akan datang hanya bergantung pada kondisi saat ini, atau dapat juga disebut sebagai gambaran lengkap dari semua informasi keadaan sepenuhnya yang bisa mempengaruhi masa depan dari proses evolusi (Latifah & Astuti, 2021). Dikarenakan data kualitas udara harian selalu berubah-ubah, bahkan terkadang selisih indeks antara hari satu dengan yang lainnya sangat besar, maka rantai Markov dapat digunakan untuk memodelkan peramalan, karena dapat membantu pengambil keputusan membuat keputusan yang lebih baik. Model rantai Markov merupakan suatu konsep statistika yang menggambarkan dan menganalisis kealamian suatu perubahan yang diakibatkan pergerakan atau perpindahan *state-state* (Aidi, 2008). Penelitian terkait Metode rantai Markov untuk meramalkan AQI pernah diteliti oleh Zakaria et al. (2019) dimana penelitian dilakukan di Miri, Sarawak, Malaysia. Selanjutnya penelitian yang dilakukan oleh Raja Prasad et al. (2020) dimana dilakukan Prediksi AQI di Kawasan Industri pada Kota Industri di India dengan Menggunakan Model Rantai Markov. Akan tetapi dua penelitian ini langsung menggunakan kategori kualitas udara baku dari sumber data. Hal ini mengakibatkan distribusi data yang sering tidak merata pada kategori baku. Oleh karena itu pada penelitian ini dilakukan penelitian terkait peramalan

kualitas udara yang berindeks AQI di Indonesia khususnya DKI Jakarta dimana dibentuk kategori kualitas udara menggunakan distribusi frekuensi. Hasil penelitian diharapkan dapat membantu memodelkan kondisi kualitas udara di Kota Jakarta di masa mendatang, serta membantu mewujudkan tujuan dari SDGs.

2. Landasan Teori

2.1 Statistika Deskriptif

Pada tahap ini dilakukan proses penyusunan sekumpulan informasi secara sistematis agar memudahkan dalam pengambilan tindakan dan penarikan kesimpulan (Rijali, 2018). Penyajian data yang efektif sangat penting untuk membantu pengambilan keputusan. Data mentah diolah sedemikian rupa sehingga menghasilkan data yang lebih jelas dan memberikan informasi yang bermakna (Rijali, 2018). Dalam statistika deskriptif, penyajian data biasanya disajikan dalam bentuk tabel yang kemudian dibuat suatu grafik, histogram, dan sebagainya (Yuniarti, 2019). Rangkaian data angka yang dikategorikan berdasarkan kuantitas dan atau kualitas disebut distribusi frekuensi. Tabel distribusi frekuensi adalah tabel data statistika yang terdiri dari kolom dan baris yang menampilkan angka yang menunjukkan pembagian frekuensi dari variabel yang dipelajari (Wahab et al., 2021). Berikut merupakan cara Menyusun tabel distribusi frekuensi:

1. Menentukan Rentang (r), dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$r = \text{Nilai Maksimum} - \text{Nilai Minimum.} \quad (1)$$

2. Menentukan Banyak Kelas (b), dengan menggunakan aturan Sturges, yaitu:

$$b = 1 + 3,3 \log n. \quad (2)$$

3. Menentukan panjang atau interval kelas (c), dengan menggunakan rumus berikut:

$$c = \frac{r}{b}. \quad (3)$$

2.2 Proses Stokastik

Menurut Hillier & Lieberman (2001), Proses Stokastik adalah proses yang terdiri dari himpunan atau kumpulan variabel acak yang menggambarkan ruang keadaan (*state space*). Proses Stokastik S dinyatakan dengan $X = \{X(t), t \in T\}$, dimana t adalah waktu dalam himpunan T dan $X(t)$ adalah peubah acak yang merupakan keadaan (*state*) dari berjalannya waktu t . Salah satu bentuk khusus dari Proses Stokastik adalah Rantai Markov. Rantai Markov adalah proses acak dimana semua data tentang masa depan ada dalam keadaan sekarang, dengan kata lain bentuk masa depan tidak bergantung pada bentuk sebelumnya, tetapi hanya pada kondisi saat ini. Rantai Markov juga merupakan representasi keadaan masa depan dipengaruhi semua data selama proses evolusi (Nurjana et al., 2016). Hal ini sejalan dengan definisi Proses Markov $\{X_t\}$ yaitu proses stokastik dengan sifat, jika diberikan nilai X_t , maka nilai X_s dengan $s > t$ tidak terpengaruh oleh nilai-nilai dari X_u dengan $u < t$. Oleh karena itu, jika *state* saat ini diketahui, peluang di masa depan tidak dapat dipengaruhi oleh informasi tambahan tentang masa lalu (Taylor & Samuel, 1998).

Proses Markov dengan *state space* atau keadaan ruang berhingga atau terhingga dengan himpunan indeks $T = \{0, 1, 2, \dots\}$ dikenal sebagai rantai Markov diskrit (Taylor & Samuel, 1998). Jika pada waktu t proses stokastik berada pada *state* ke- i , maka kejadiannya dapat ditulis sebagai $X_t = i$. Terdapat suatu peluang tetap P_{ij} yang sifatnya bebas terhadap waktu, maka berlaku:

$$P\{X_{t+1} = j | X_0 = i_0, \dots, X_{t-1} = i_{t-1}, X_t = i\} = P\{X_{t+1} = j | X_t = i\}. \quad (4)$$

untuk $i_0, \dots, i_{t-1}, i, j$ dan semua $t \geq 0$, dengan i adalah *state* ke- i , j adalah *state* ke- j , dan t adalah waktu (Ching & Ng, 2006).

Menurut Nurjana et al. (2016) rantai Markov $\{X_t, t = 0, 1, 2, \dots\}$ dengan *state* $\{0, 1, \dots, M\}$, maka peluang sistem itu dalam *state* i pada suatu *state* j pada pengamatan sebelumnya dilambangkan dengan P . Peluang tranisis n –langkah merupakan suatu sistem peluang bersyarat yang berasal dari *state* i dan

kemudian berpindah ke *state j* setelah mengalami proses n transisi yang disebut p_{ij}^n , dibentuk berdasarkan peluang transisi. Dapat dihitung peluang transisi sebagai berikut:

$$p_{ij}^n = \frac{n_{ij}(t)}{n_i(t)}, \quad (5)$$

dimana:

p_{ij}^n = peluang perpindahan dari keadaan i ke keadaan j sebanyak n langkah

$n_{ij}(t)$ = nilai dari keadaan i ke keadaan j dalam periode t

$n_i(t)$ = nilai keadaan i dalam periode t

Adapun matriks peluang transisi n –langkah dapat ditulis seperti pada persamaan (6) berikut:

$$\mathbf{P}^n = \begin{bmatrix} p_{11}^n & p_{12}^n & \cdots & p_{1M}^n \\ p_{21}^n & p_{22}^n & \cdots & p_{2M}^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{M1}^n & p_{M2}^n & \cdots & p_{MM}^n \end{bmatrix} \quad (6)$$

Karena p_{ij}^n merupakan peluang bersyarat, tak negatif, serta perlu dilakukan transisi dengan beberapa *state* pada matriks peluang transisi n –langkah, sehingga :

- 1) $p_{ij}^n \geq 0$ untuk semua i dan j ; $n = 1, 2, \dots$
- 2) $\sum_{j=1}^M p_{ij}^n = 1$ untuk semua i ; $n = 1, 2, \dots$

Menurut Mulyono (2007) jika peluang transisi dari satu *state* ke *state* berikutnya dihitung, dengan nilai peluangnya tetap atau tidak berubah, keadaan tersebut disebut *steady state* atau keadaan tetap (kesetimbangan).

Keadaan pada suatu rantai Markov dapat ditulis dalam bentuk vektor yang disebut *vector state* $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ (Latifah & Astuti, 2021). Peluang keadaan tetap diartikan bahwa peluang di setiap *state* tidak berubah seiring berjalannya waktu. Nilai peluang stabil dalam jangka panjang atau dapat ditulis $\lim_{t \rightarrow \infty} P_{ij}^t = x_j > 0$ dimana x_j memenuhi persamaan $x_j = \sum_{i=1}^m x_i P_{ij}$ untuk $j = 1, 2, \dots, m$. Karena \mathbf{x} merupakan vektor peluang, maka harus memenuhi syarat bahwa jumlahnya sama dengan satu dan semua unsurnya tidak negatif. *Equilibrium distribution* dikenal sebagai istilah sebaran *steady state* (Nurjana et al., 2016). Vektor keadaan tetap \mathbf{x} dapat dapat ditentukan dengan menyelesaikan persamaan linier berikut, dengan kondisi $\sum_{i=1}^m x_i = 1$ (Singer et al., 2014).

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m1} & P_{m2} & \cdots & P_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Persamaan (7) kemudian berimplikasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1 P_{11} + x_2 P_{12} + \cdots + x_m P_{1m} \Leftrightarrow x_1 (P_{11} - 1) + x_2 P_{12} + \cdots + x_m P_{1m} = 0. \\ x_2 &= x_1 P_{21} + x_2 P_{22} + \cdots + x_m P_{2m} \Leftrightarrow x_1 P_{21} + x_2 (P_{22} - 1) + \cdots + x_m P_{2m} = 0. \\ x_m &= x_1 P_{m1} + x_2 P_{m2} + \cdots + x_m P_{mm} \Leftrightarrow x_1 P_{m1} + x_2 P_{m2} + \cdots + x_m (P_{mm} - 1) = 0. \end{aligned}$$

Persamaan tersebut memiliki jumlah solusi yang tak hingga banyaknya disebabkan rank matriksnya selalu $\leq s - 1$. Oleh karena itu, ditambahkan persamaan berikut untuk mendapatkan kemungkinan nilai sebaran keadaan *steady state* (Aritonang et al., 2020):

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m = 1. \quad (8)$$

Menurut Ross (2010), metode yang dapat digunakan untuk menghitung peluang transisi dalam n –langkah adalah persamaan Chapman-Kolmogorov, persamaannya sebagai berikut:

$$P_{ij}^n = \sum_{k=0}^M P_{ik}^m P_{kj}^{n-m}. \quad (9)$$

Untuk semua P_{ij} adalah peluang dari *state* i ke *state* j , P_{ik} adalah peluang dari *state* i ke *state* k , P_{kj} adalah peluang dari *state* k ke *state* j , dengan $i, j = \{1, 2, \dots, M\}$, $m = \{1, 2, \dots, n - 1\}$, dan $n = \{m + 1, m + 2\}$.

Persamaan (9) menunjukkan bahwa dalam perubahan dari keadaan i ke keadaan j sebanyak n –langkah, proses ini akan berada dalam keadaan k tepat setelah m (kurang dari n) keadaan. Oleh karena itu, $P_{ik}^m P_{kj}^{n-m}$ merupakan peluang bersyarat dengan titik awal keadaan i , proses menuju ke keadaan k setelah m –langkah dan kemudian ke keadaan j setelah $n - m$ langkah. Oleh karena itu, menjumlahkan peluang bersyarat terhadap semua k kemungkinan akan menghasilkan:

untuk $m = 1$, maka:

$$P_{ij}^n = \sum_{k=0}^M P_{ik} P_{kj}^{n-1}, \quad (10)$$

untuk $m = n - 1$, maka:

$$P_{ij}^n = \sum_{k=0}^M P_{ik}^{n-1} P_{kj}, \quad (11)$$

rumusan ini memungkinkan peluang transisi n –langkah yang diperoleh dari peluang transisi yang diterangkan secara berulang untuk semua keadaan i dan keadaan j .

Untuk $n = 2$, Persamaan (10) akan menjadi:

$$P_{ij}^2 = \sum_{k=0}^M P_{ik} P_{kj}, \quad (12)$$

dimana P_{ij}^2 merupakan elemen dari \mathbf{P}^2 yang diperoleh dengan mengalikan matriks peluang transisi satu langkah dengan dirinya sendiri ($\mathbf{P}^2 = \mathbf{P} \cdot \mathbf{P}$). Dengan cara yang sama, persamaan di atas dengan P_{ij}^2 menunjukkan bahwa peluang transisi n –langkah adalah:

$$\mathbf{P}^n = \mathbf{P} \cdot \mathbf{P}^{n-1}. \quad (13)$$

Oleh karena itu, pengkat ke- n dari matriks peluang transisi satu langkah dapat dihitung untuk mendapatkan matriks peluang transisi n –langkah.

2.3 Air Quality Index (AQI)

Air Quality Index (AQI) adalah sebuah alat yang digunakan untuk mengukur dan memberi penilaian tentang kualitas udara di suatu tempat, berdasarkan nilai AQI-nya (Kanchan et al., 2015). Nilai AQI yang lebih tinggi menunjukkan tingkat polusi udara dan resiko kesehatan yang lebih tinggi. AQI menggunakan skala penilaian yang umumnya berkisar dari 0 hingga 500 dan memiliki kategori. Kategori-kategori tersebut, dapat dilihat pada Tabel 1 berikut (Fino et al., 2021):

Kategori	Nilai AQI
Baik	0 – 50
Sedang	51 – 100
Tidak Sehat	101 – 200
Sangat Tidak Sehat	201 – 299
Berbahaya	300 – 500

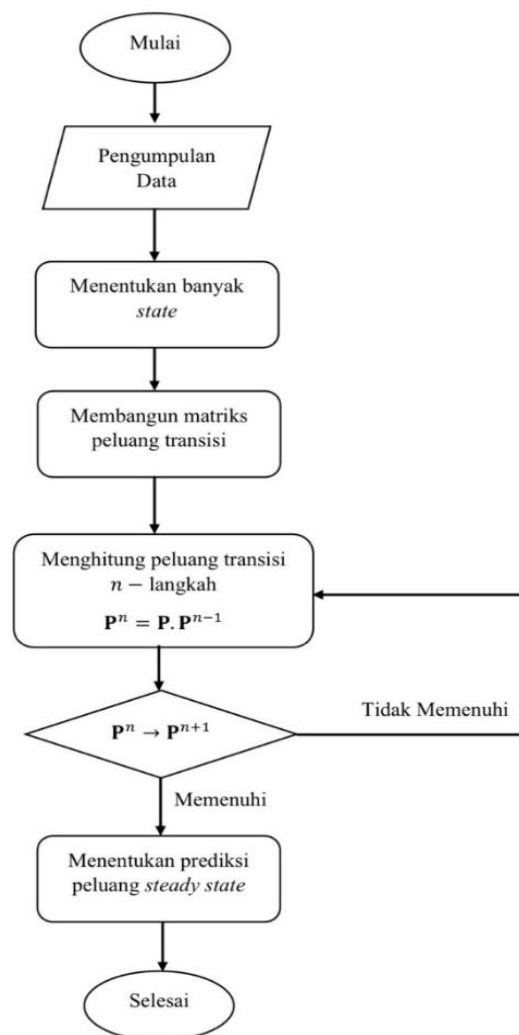
3. Metode

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang di peroleh dari aplikasi AirVisual. Data tersebut merupakan data kualitas udara harian Kota Jakarta dari tanggal 22 November 2023 hingga 29 Februari 2024 yang berindeks AQI, sehingga total data pada penelitian ini sebanyak 100 data. Variabel penelitian dari kasus ini yaitu data kualitas udara yang berindeks AQI.

Dalam penelitian ini, dilakukan langkah-langkah berikut:

- Proses pengumpulan data;
- Penentuan banyak *state* menggunakan distribusi frekuensi;
- Membangun matriks peluang transisi;
- Menghitung matriks peluang transisi n –langkah; dan
- Menghitung peluang dalam keadaan *steady state*. Nilai peluang *steady state* diperoleh dari matriks peluang transisi yang dikalikan dengan vektor keadaan awal. Nilai ini digunakan untuk mengetahui peluang tiap *state* di masa depan.

Adapun diagram alir pada penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 1



Gambar 1. Diagram Alir Penelitian

4. Hasil dan Pembahasan

Data kualitas udara di Kota Jakarta yang dianalisis yaitu data kualitas udara yang berindeks AQI. Distribusi frekuensi digunakan dalam menentukan jumlah state dan jangkauan datanya. Adapun pembentukan jangkauan dilakukan untuk menyesuaikan dengan distribusi data yang sering tidak merata

pada kategori baku. Hal ini bertujuan agar setiap *state* memiliki proporsi data yang lebih seimbang sehingga matriks peluang transisi lebih stabil dan akurat. Berdasarkan data harian kualitas udara di Kota Jakarta, menggunakan Persamaan (1), (2), dan (3), diperoleh jumlah *state* serta jangkauan datanya seperti berikut:

Tabel 2. Batasan Data Kualitas Udara Harian Kota Jakarta

Range data kualitas udara (AQI)	State ke-	Frekuensi (hari)
48 – 61	1	11
62 – 75	2	14
76 – 89	3	19
90 – 103	4	17
104 – 117	5	10
118 – 131	6	10
132 – 145	7	4
145 – 159	8	15

Berdasarkan Tabel 2, dapat terlihat bahwa dalam kurun waktu 100 hari, sejak 22 November 2023 hingga 29 Februari 2024 kondisi kualitas udara Kota Jakarta yang paling sering terjadi pada *state* 3 (76-89 AQI) selama 19 hari, pada *state* 4 (90-103 AQI) selama 17 hari, dan pada *state* 8 (145-159 AQI) selama 15 hari.

Kualitas udara dengan indeks AQI di Kota Jakarta dari hari ke hari mengalami perubahan yang tak tentu, terkadang perpindahannya ada yang tetap berada di keadaan yang sama, terkadang juga berpindah pada keadaan yang lainnya. Perpindahan data kualitas udara di Kota Jakarta dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 3. Perpindahan Data Kualitas Udara

State Sebelum	State Setelah								JPDKU sebelum
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	6	3	2	0	0	0	0	0	11
2	4	4	2	2	1	0	1	0	14
3	1	1	7	6	2	0	0	1	18
4	0	4	6	4	1	1	1	0	17
5	0	1	2	2	0	3	0	2	10
6	0	0	0	2	2	1	2	3	10
7	0	0	0	0	2	2	0	0	4
8	0	1	0	1	2	2	0	9	15
JPDKU setelah	11	14	19	17	10	9	4	15	99

Keterangan: Data hasil olahan JPDKU (Jumlah Perpindahan Data Kualitas Udara)

Berdasarkan data yang tersaji pada Tabel 3, terdapat sebanyak 6 data yang berawal dari *state* 1 tetap berada pada *state* 1, artinya kualitas udara di Kota Jakarta yang berada pada 48 hingga 61 AQI akan tetap pada 48 hingga 61 AQI sebanyak 6 kali, salah satunya dari 19 Januari 2024 ke 20 Januari 2024. Kemudian data yang berawal dari *state* 1 berpindah ke *state* 2 terdapat sebanyak 3 data, Begitupun seterusnya hingga perpindahan dari *state* 8 yang kembali ke *state* 8 dapat dilihat pada Tabel 3.

Berdasarkan Tabel 3, dapat dibentuk matriks peluang transisi rantai Markov dengan ukuran baris dan kolom 8×8 , dengan mencari matriks frekuensi transisi menggunakan Persamaan (5), maka diperoleh matriks peluang transisi sebagai berikut:

$$P = \begin{bmatrix} 0,5455 & 0,2727 & 0,1818 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,2857 & 0,2857 & 0,1429 & 0,1429 & 0,0714 & 0 & 0,0714 & 0 \\ 0,0556 & 0,0556 & 0,3389 & 0,3333 & 0,1111 & 0 & 0 & 0,0556 \\ 0 & 0,2353 & 0,3529 & 0,2353 & 0,0588 & 0,0588 & 0,0588 & 0 \\ 0 & 0,1000 & 0,2000 & 0,2000 & 0 & 0,3000 & 0 & 0,2000 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2000 & 0,2000 & 0,1000 & 0,2000 & 0,3000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5000 & 0,5000 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0667 & 0 & 0,0667 & 0,1333 & 0,1333 & 0 & 0,6000 \end{bmatrix}$$

Nilai peluang transisi kualitas udara di Kota Jakarta dapat diprediksi menggunakan matriks peluang transisi n – langkah dengan cara dilihat pada iterasi berapa mencapai keadaan yang *steady state*. Dalam mencari nilai matriks peluang transisi n – langkah, digunakan persamaan Champman-Kolmogorov pada Persamaan (13) seperti berikut:

$$\begin{aligned} P^1 &= P^1 \\ P^2 &= P^1 \times P^1 \\ P^3 &= P^1 \times P^2 \\ &\vdots \\ P^n &= P^1 \times P^{n-1} \end{aligned}$$

Jika nilai dalam matriks peluang transisi langkah sebelumnya konvergen dengan matriks peluang transisi menuju tak hingga langkah, maka matriks peluang transisi n – langkah mencapai kondisi *steady state*. Pada kasus data kualitas udara di Kota Jakarta kondisi tersebut terjadi pada langkah ke-30, hal ini dikarenakan matriks peluang transisi pada langkah ke-30 memiliki nilai yang konvergen dengan matriks peluang transisi pada langkah ke-31 dan seterusnya. Berikut merupakan matriks peluang transisi pada langkah ke-30 dan langkah ke-31.

$$P^{30} = \begin{bmatrix} 0,1154 & 0,1444 & 0,2014 & 0,1753 & 0,0980 & 0,0861 & 0,0378 & 0,1416 \\ 0,1154 & 0,1444 & 0,2014 & 0,1753 & 0,0980 & 0,0861 & 0,0378 & 0,1416 \\ 0,1154 & 0,1444 & 0,2014 & 0,1753 & 0,0980 & 0,0861 & 0,0378 & 0,1416 \\ 0,1154 & 0,1444 & 0,2014 & 0,1753 & 0,0980 & 0,0861 & 0,0378 & 0,1416 \\ 0,1154 & 0,1444 & 0,2014 & 0,1753 & 0,0980 & 0,0861 & 0,0378 & 0,1416 \\ 0,1154 & 0,1444 & 0,2014 & 0,1753 & 0,0980 & 0,0861 & 0,0378 & 0,1416 \\ 0,1154 & 0,1444 & 0,2014 & 0,1753 & 0,0980 & 0,0861 & 0,0378 & 0,1416 \\ 0,1154 & 0,1444 & 0,2014 & 0,1753 & 0,0980 & 0,0861 & 0,0378 & 0,1416 \end{bmatrix}$$

$$P^{31} = \begin{bmatrix} 0,1154 & 0,1444 & 0,2014 & 0,1753 & 0,0980 & 0,0861 & 0,0378 & 0,1416 \\ 0,1154 & 0,1444 & 0,2014 & 0,1753 & 0,0980 & 0,0861 & 0,0378 & 0,1416 \\ 0,1154 & 0,1444 & 0,2014 & 0,1753 & 0,0980 & 0,0861 & 0,0378 & 0,1416 \\ 0,1154 & 0,1444 & 0,2014 & 0,1753 & 0,0980 & 0,0861 & 0,0378 & 0,1416 \\ 0,1154 & 0,1444 & 0,2014 & 0,1753 & 0,0980 & 0,0861 & 0,0378 & 0,1416 \\ 0,1154 & 0,1444 & 0,2014 & 0,1753 & 0,0980 & 0,0861 & 0,0378 & 0,1416 \\ 0,1154 & 0,1444 & 0,2014 & 0,1753 & 0,0980 & 0,0861 & 0,0378 & 0,1416 \\ 0,1154 & 0,1444 & 0,2014 & 0,1753 & 0,0980 & 0,0861 & 0,0378 & 0,1416 \end{bmatrix}$$

Pada langkah ini, telah memenuhi syarat kekonvergenan bahwa selisih setiap elemen matriks langkah ke-30 dengan langkah ke-31 lebih kecil dari ε atau dapat ditulis $|P^{31} - P^{30}| < \varepsilon$, dengan nilai ε sebesar 0,00001. Berdasarkan matriks peluang transisi langkah ke-30, data kualitas udara harian mulai mengalami keadaan yang *steady state* pada 30 Maret 2024. Dapat dilihat pada *state 1*, kualitas udara harian di Kota Jakarta akan berada pada 48 hingga 61 AQI dengan kemungkinan terjadinya sebesar 11,54%. Lalu pada *state 2* yang artinya mulai dari 30 Maret 2024 kualitas udara harian di Kota Jakarta akan berada pada 62 hingga 75 AQI dengan kemungkinan terjadinya sebesar 14,44%, begitupun untuk *state-state* berikutnya dapat dilihat pada matriks tersebut.

Nilai peluang kejadian tetap untuk setiap keadaan dapat dihitung dengan menggunakan matriks peluang transisi yang telah diperoleh sebelumnya. Eliminasi Gauss-Jordan digunakan untuk mencari

nilai sebaran *steady state*-nya. Apabila eliminasi dilakukan untuk mendapatkan nilai sebaran *steady state*, maka solusi tak terhingga akan diperoleh. Oleh karena itu, digunakanlah Persamaan (8) sebagai berikut:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 = 1.$$

Berdasarkan persamaan tersebut, dilakukan eliminasi Gauss-Jordan maka akan menghasilkan nilai sebaran *steady state* atau nilai vektor keadaan tetap pada data kualitas udara harian di Kota Jakarta sebagai berikut:

Tabel 4. Nilai Vektor Keadaan Tetap x

<i>State Vector</i>	Nilai Sebaran
x_1	0,115365
x_2	0,144405
x_3	0,201427
x_4	0,175256
x_5	0,097971
x_6	0,086125
x_7	0,037751
x_8	0,141652

Berdasarkan Tabel 4, dapat diketahui bahwa telah memenuhi persamaan $x_j = \sum_{i=1}^8 x_i P_{ij}$ untuk $j = 1, 2, \dots, 8$, karena jumlah nilai *state* vektornya sama dengan satu serta semua unsurnya tidak negatif. Maka berdasarkan matriks peluang transisi langkah ke-30, diperoleh nilai peluang kualitas udara di Kota Jakarta pada keadaan *steady state* adalah sebagai berikut.

Tabel 5. Peluang Kualitas Udara pada *Steady State*

<i>State</i>	AQI	Nilai Peluang
1	48 – 61	0,1154
2	62 – 75	0,1444
3	76 – 89	0,2014
4	90 – 103	0,1753
5	104 – 117	0,0980
6	118 – 131	0,0861
7	132 – 145	0,0378
8	146 – 159	0,1416

Berdasarkan Tabel 5, maka dapat diketahui bahwa peluang *steady state* tertinggi sebesar 0,2014 berada pada *state* ketiga, jadi dapat diketahui bahwa pada keadaan tetap, peluang kualitas udara pada periode kedepan dalam rentang 76 hingga 89 AQI atau dalam kategori sedang sebesar 20,14%. Peluang *steady state* terendah sebesar 0,0378 berada pada *state* kelima, yang artinya pada keadaan tetap, peluang kualitas udara pada periode kedepan dalam rentang 132 hingga 145 AQI yang termasuk kategori tidak sehat sebesar 3,78%. Oleh karena itu, disarankan untuk tetap memperkuat pengendalian pencemaran udara guna mencegah peningkatan ke kategori yang lebih buruk, seperti pengurangan emisi kendaraan dan industri serta peningkatan ruang terbuka hijau agar kualitas udara dapat dipertahankan atau ditingkatkan menjadi kategori yang lebih baik.

5. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan, diketahui bahwa kondisi kualitas udara di Kota Jakarta paling buruk terjadi pada 23 November 2023 dengan 159 AQI. Pada kondisi terbaik model peramalan rantai Markov, kualitas udara kota Jakarta di masa mendatang memiliki peluang akan semakin membaik. Model peramalan menunjukkan bahwa peluang kondisi *steady state* atau keadaan tetap akan tercapai pada langkah ke-30, yaitu pada tanggal 30 Maret 2024. Pada keadaan tetap tersebut, kualitas udara harian di Kota Jakarta berpeluang sebesar 20,14% untuk mencapai kondisi terbaiknya pada *state* 3 (76-

89 AQI, kategori sedang), serta berpeluang sebesar 3,78% mencapai kondisi terburuk pada *state* 7 (132-145 AQI, kategori tidak sehat).

Ucapan Terima Kasih

Terima kasih kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Mataram, atas fasilitas yang diberikan sehingga penelitian ini dapat diselesaikan

DAFTAR PUSTAKA

- Aidi, M. N. (2008). PENGGUNAAN RANTAI *MARKOV* UNTUK ANALISIS SPASIAL SERTA MODIFIKASINYA DARI SISTEM TERTUTUP KE SISTEM TERBUKA. *Forum Statistika dan Komputasi*. 13 (1): 23-33.
- Aritonang, K. dkk. (2020). Analisis Pertambahan Pasien COVID-19 di Indonesia Menggunakan Metode Rantai Markov. *Jurnal Rekayasa Sistem Industri*. 9 (2).
- A'yun, I. Q. dan Umaroh, R. (2022). Polusi Udara dalam Ruang dan Kondisi Kesehatan: Analisis Rumah Tangga Indonesia. *Jurnal Ekonomi dan Pembangunan Indonesia*. 22 (1): 16-26.
- Ching, W. K. dan Ng, M. K. (2006). *Markov Chain Models, Algorithm and Application*. New York, Springer.
- Fino, A. Vichi, F. Leonardi, C. dan Mukhopadhyay, K. (2021). An Overview of Experiences Made and Tools Used to Inform the Public on Ambient Air Quality. *Atmosphere*. 12 (1524): 1-34.
- Hillier. dan Lieberman. (2001). *Introduction to Operations Research Seventh Edition*. The McGraw-Hill Companies.
- Kanchan, Gorai, A. K., & Goyal, P. (2015). *A review on air quality indexing system*. *Asian Journal of Atmospheric Environment*, 9(2), 101–113. <https://doi.org/10.5572/ajae.2015.9.2.101>
- Latifah, S. dan Astuti, Y. P. (2021). PENERAPAN RANTAI MARKOV DALAM MENGANALISIS PERSAINGAN JASA PENGIRIMAN BARANG (EKSPEDISI). *Jurnal Ilmiah Matematika*. 09 (03): 458-465.
- Nurjana, S. Paendong, M. S. dan Langi, Y. A. (2016). Penerapan Rantai Markov Dalam Pemilihan Minat Masuk Siswa SMA Ke Universitas di Indonesia. *JdC*. 5 (1): 50-56.
- Prasad, S. V. S. R., & Namboodiri, V. V. (2020). *Predicting the air quality index of industrial areas in an industrialized city in India using adopting Markov chain model*. *Journal of Environmental Health and Sustainable Development*, 5(4), 1135–1144.
- REPUBLIKA. (2023). Hari ini, Kualitas Udara Jakarta Terburuk Keenam di Dunia. (<https://news.republika.co.id/berita/s1j0om463/hari-ini-kualitas-udara-jakarta-terburuk-keenam-di-dunia>), diakses jam 12:28 WITA. tanggal 7/11/2023.
- Rijali, A. (2018). Analisis Data Kualitatif. *Jurnal Alhadharah*. 17 (33): 81-95.
- Ross, S. M. (2010). *Introduction to Probability Models Tenth Edition*. Elsevier Inc. Los Angeles.
- Singer, P. Helic, D. Taraghi, B. dan Strohmaier, M. (2014). Detecting Memory and Structure in Human Navigation Patterns Using Markov Chain Models of Varying Order. *Journal Pone*. 9 (7): 7-9.
- Taylor, H. M. dan Samuel, K. (1998). *An Introduction to Stochastic Modeling Third Edition*, ACADEMIC PRESS, San Diego.
- Wahab, A. Syahid, A. dan Junaedi. (2021). Penyajian Data Dalam Tabel Distribusi Frekuensi Dan Aplikasinya Pada Ilmu Pendidikan. *Education and Learning Journal*. 2 (1): 40-48.
- WHO. (2024). Air Pollution. (https://www-who-int.translate.google/health-topics/air-pollution?x_tr_sl=en&x_tr_tl=id&x_tr_hl=id&x_tr_pto=tc). diakses jam 22:05 WITA. tanggal 13/5/2024.
- Yuniarti. (2019). PENGARUH EFIKASI DIRI TERHADAP KOMITMEN TUJUAN GURU PAUD DI KOTA PONTIANAK. Yaa Bunayya : *Jurnal Pendidikan Anak Usia Dini*. 3 (1): 57-66.
- Zakaria, N. N., Othman, M., Sökkalingam, R., Daud, H., Abdullah, L., dan Kadir, E. A. (2019). Markov Chain Model Development for Forecasting Air Pollution Index of Miri, Sarawak, *Sustainability*. 11(19).
- Zuhri, M. S. (2014). Pengaruh Faktor-faktor Demografi Terhadap Emisi Udara di Indonesia. *JIEP*. 14 (2): 13-37.