



Peramalan Jumlah Kedatangan Penumpang Domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda menggunakan *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* dengan Model *Multiresolution Autoregressive*

Thifan Octavianto^a, Meiliyani Siringoringo^b, Ika Purnamasari^{c*}

^{a,b,c} Program Studi Statistika, Universitas Mulawarman, Indonesia

*Corresponding author: ikapurnamasari@fmipa.unmul.ac.id

ABSTRACT

The problem of forecasting domestic passenger arrivals has become increasingly important due to frequent fluctuations and seasonal patterns, as observed at APT Pranoto Airport in Samarinda. Such data requires an approach capable of capturing both long-term trends and rapid changes. This study employs the Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform (MODWT), a modified version of the Discrete Wavelet Transform (DWT), which can be applied to data of any size. MODWT decomposes the data into wavelet coefficients and scaling coefficients, which are then used to construct a Multiresolution Autoregressive (MAR) model at each level of Daubechies wavelets. This method is used as a preprocessing step to improve forecasting accuracy. The best model is selected based on the smallest Mean Absolute Percentage Error (MAPE). The analysis results show that the best forecasting model is the one using Daubechies 6 wavelets, with an in-sample MAPE of 13.758% and an out-of-sample MAPE of 9.525%. The forecast of domestic passenger arrivals at APT Pranoto Airport for the period from October 2024 to December 2024 follows a trending pattern.

Keywords: Daubechies; MAR; MODWT; Passengers; Wavelet

ABSTRAK

Permasalahan dalam peramalan jumlah kedatangan penumpang domestik menjadi penting mengingat fluktuasi dan pola musiman yang kerap terjadi, seperti yang terpantau di Bandara APT Pranoto Samarinda. Data semacam ini membutuhkan pendekatan yang mampu menangkap tren jangka panjang sekaligus perubahan cepat. Penelitian ini menggunakan metode *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT) yang merupakan modifikasi dari *Discrete Wavelet Transform* (DWT) dan dapat diterapkan pada semua ukuran data. MODWT memecah data menjadi koefisien *wavelet* dan koefisien skala, yang selanjutnya digunakan untuk membentuk model *Multiresolution Autoregressive* (MAR) pada setiap tingkat *wavelet* Daubechies. Metode ini digunakan sebagai perlakuan awal untuk meningkatkan akurasi peramalan. Model terbaik dipilih berdasarkan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) terkecil. Hasil analisis menunjukkan bahwa model terbaik adalah model peramalan menggunakan *wavelet* Daubechies 6 dengan nilai MAPE *in-sample* sebesar 13,758% dan MAPE *out-sample* sebesar 9,525% serta diperoleh hasil peramalan jumlah kedatangan penumpang domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda periode Oktober 2024 sampai Desember 2024 menunjukkan pola data yang mengikuti tren.

Keywords: Daubechies; MAR; MODWT; Penumpang; Wavelet

Diterima: 15-04-2025; Disetujui: 11-06-2025

Doi: <https://doi.org/10.29303/ijasds.v2i1.5796>

Copyright: © 2025 by authors.
This is an open access article under the [CC BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license.



1. Pendahuluan

Permasalahan dalam meramalkan jumlah kedatangan penumpang domestik menjadi penting, terutama di Bandara APT Pranoto Samarinda, yang mengalami peningkatan kedatangan sebesar 21% pada semester pertama tahun 2024 dibandingkan dengan periode yang sama tahun 2023. Lonjakan ini memberikan dampak positif terhadap perekonomian daerah, khususnya sektor pariwisata, sehingga diperlukan suatu metode peramalan yang mampu mengakomodasi pola data yang fluktuatif dan musiman. Salah satu pendekatan yang sesuai untuk menangani permasalahan ini adalah analisis runtun waktu, yang bertujuan untuk mengidentifikasi pola dan tren tersembunyi dalam data serta memproyeksikannya ke masa depan. Data runtun waktu disusun berdasarkan urutan waktu, seperti harian, bulanan, atau tahunan, dan memiliki karakteristik utama berupa adanya rentang waktu tertentu, misalnya data curah hujan harian atau jumlah penumpang bulanan (Heizer & Render, 2009). Metode yang sering digunakan meliputi *Single Moving Average* (SMA), *Double Moving Average* (DMA), *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), jaringan syaraf tiruan, fuzzy, dan *wavelet* (Zheng & Zhong, 2011).

Wavelet merupakan fungsi transformasi yang secara otomatis memotong data ke dalam komponen berbeda dan mempelajari masing-masing komponen dengan level dekomposisi yang berbeda (Walker, 2008). Transformasi *wavelet* diperuntukan sebagai perlakuan awal pada data sebelum peramalan dilakukan. Jika transformasi *wavelet* dilakukan pada data yang non-stasioner (rata-rata dan variansi tidak konstan, mengandung outlier atau data musiman) maka data hasil transformasi akan lebih baik dibandingkan data aslinya, memiliki variansi yang lebih stabil dan tanpa outlier. Dengan demikian akan didapatkan hasil peramalan yang lebih akurat (Conejo, Plazas, Espinol, & Molina, 2005).

Transformasi *wavelet* merupakan metode yang efektif untuk menganalisis data non-stasioner karena dapat menstabilkan variansi data dan menghilangkan outlier. Transformasi *wavelet* dibagi menjadi dua bagian, yaitu *Continuous Wavelet Transform* (CWT) dan *Discrete Wavelet Transform* (DWT) dengan DWT lebih efisien dibandingkan CWT. *Discrete Wavelet Transform* (DWT) memiliki kekurangan dimana transformasi hanya dapat dilakukan pada data yang memiliki ukuran sampel $n = 2^J$ dengan J adalah bilangan bulat positif. Untuk mengatasi kekurangan DWT dalam ukuran sampel maka dikembangkan Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform (MODWT) (Andriyani & Subanar, 2019). MODWT merupakan perlakuan awal sebelum peramalan dilakukan. MODWT dapat diterapkan pada data stasioner dan non-stasioner untuk peramalan menggunakan model Multiresolution Autoregressive (MAR), di mana model terbaik dipilih berdasarkan asumsi normalitas dan independensi residual serta nilai Mean Absolute Percentage Error (MAPE) terkecil (Angreni & Juliza, 2023).

Penelitian terkait metode *wavelet* telah banyak dilakukan, seperti penelitian yang telah dilakukan oleh Widosari (2012) pada peramalan curah hujan di kota Samarinda menggunakan metode MODWT dengan model peramalan MAR lebih baik dibandingkan dengan metode SARIMA. Penelitian yang dilakukan Caraka (2015) menyimpulkan bahwa metode MODWT dengan model peramalan MAR pada data pasang surut air laut Kota Semarang mendapatkan MSE minimal sebesar 3.096,861 pada dekomposisi level 4. Berdasarkan penelitian Juliza (2019) pada data nilai tukar Rupiah terhadap USD dari 01 Januari 2014 – 28 Febuari 2019 menunjukkan bahwa peramalan dengan metode MODWT dengan model peramalan MAR lebih baik daripada ARIMA. Berdasarkan hasil penelitian sebelumnya, penelitian ini akan menggunakan metode MODWT dengan model peramalan MAR untuk menganalisis dan memprediksi jumlah kedatangan penumpang domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda, dengan tujuan memperoleh model peramalan terbaik dan hasil prediksi yang akurat.

2. Metode

2.1. Wavelet

Wavelet diperkenalkan oleh Alex Grossmann dan Jean Morlet pada awal tahun 1980-an. *Wavelet* berasal dari bahasa Prancis, yaitu *ondelle* yang artinya gelombang kecil. Menurut Daubechies (1992) *wavelet* adalah suatu fungsi transformasi yang memotong data secara matematis menjadi dua bagian yang berbeda, yaitu menjadi koefisien *wavelet* ($w_{j,t}$) yang mencerminkan fluktuasi jangka pendek dan koefisien skala ($v_{j,t}$) yang mencerminkan tren jangka panjang. Secara umum, persamaan dari *wavelet* diuraikan sebagai berikut:

$$x_t = v_{j,t} + w_{j,t} + w_{j-1,t} + \dots + w_{1,t} \quad (1)$$

Dengan $w_{j,t}$ sebagai koefisien *wavelet* dan $v_{j,t}$ sebagai koefisien skala yang diperoleh melalui filter *wavelet* h_l dan filter skala g_l . *Wavelet* terdiri dari banyak jenis, diantaranya adalah Haar, Daubechies, Coiflets, Riyad, dan Symlets. Keuntungan menggunakan *wavelet* adalah mampu memisahkan tren dari data secara otomatis.

2.2. Wavelet Daubechies

Wavelet Daubechies dikembangkan oleh Ingrid Daubechies dan dinamai sesuai penemunya. Disimbolkan sebagai dbA , di mana A menunjukkan orde *wavelet* yang merupakan bilangan bulat positif yang secara teori tidak

memiliki batas. *Wavelet Daubechies* didukung dengan dua jenis filter, yaitu filter skala (*low-pass*) dan filter wavelet (*high-pass*). Filter skala (*low-pass*) berfungsi untuk mengekstrak tren jangka panjang atau pola musiman yang mungkin tersembunyi dalam data, sedangkan filter wavelet (*high-pass*) menangkap perubahan cepat dalam data (Anugrah, Purnamasari, & A'yun, 2024).

2.3. Filter Skala

Filter skala merupakan filter *low-pass* yang bersifat *smooth* dan digunakan untuk mencari nilai koefisien-koefisien skala pada proses transformasi. Filter ini didefinisikan dengan deret bilangan real $\{g_l: l = 0, \dots, L - 1\}$ dengan L adalah lebar filter dan merupakan bilangan bulat positif. Filter skala pada *wavelet Daubechies* dengan lebar filter 2, 4, dan 6 dapat diperoleh dengan penghitungan sebagai berikut: (Wahyuningrum, Suparti, & Mukid, 2014)

a) *Daubechies* dengan Lebar Filter 2 (db2)

Wavelet Daubechies dengan lebar filter 2 memiliki dua filter skala, yaitu g_0 dan g_1 yang dapat diperoleh menggunakan kondisi dari filter skala, yaitu:

$$g_0 + g_1 = \sqrt{2} \quad (2)$$

dan

$$g_0^2 + g_1^2 = 1 \quad (3)$$

Sehingga diperoleh filter skala untuk *Daubechies* dengan lebar filter 2 adalah sebagai berikut:

$$g_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, g_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

b) *Daubechies* dengan Lebar Filter 4 (db4)

Wavelet Daubechies dengan lebar filter 4 memiliki empat filter skala, yaitu g_0, g_1, g_2 dan g_3 yang dapat diperoleh menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$g_0 = \frac{1 - \cos(\alpha) + \sin(\alpha)}{2\sqrt{2}} \quad (5)$$

$$g_1 = \frac{1 + \cos(\alpha) + \sin(\alpha)}{2\sqrt{2}} \quad (6)$$

$$g_2 = \frac{1 + \cos(\alpha) - \sin(\alpha)}{2\sqrt{2}} \quad (7)$$

$$g_3 = \frac{1 - \cos(\alpha) - \sin(\alpha)}{2\sqrt{2}} \quad (8)$$

dengan $\alpha = \frac{\pi}{3}$ dan $\pi = 3,141 \dots$, sehingga diperoleh $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ dan $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) *Daubechies* dengan Lebar Filter 6 (db6)

Wavelet Daubechies dengan lebar filter 6 memiliki enam filter skala, yaitu g_0, g_1, g_2, g_3, g_4 dan g_5 yang dapat diperoleh menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$g_0 = \frac{[(1 + \cos(\alpha) + \sin(\alpha))(1 - \cos(\beta) - \sin(\beta)) + 2 \sin(\beta) \cos(\alpha)]}{4\sqrt{2}} \quad (9)$$

$$g_1 = \frac{[(1 - \cos(\alpha) + \sin(\alpha))(1 + \cos(\beta) - \sin(\beta)) - 2 \sin(\beta) \cos(\alpha)]}{4\sqrt{2}} \quad (10)$$

$$g_2 = \frac{1 + \cos(\alpha - \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{2\sqrt{2}} \quad (11)$$

$$g_3 = \frac{1 + \cos(\alpha - \beta) - \sin(\alpha - \beta)}{2\sqrt{2}} \quad (12)$$

$$g_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} - g_0 - g_2 \quad (13)$$

$$g_5 = \frac{1}{\sqrt{2}} - g_1 - g_3 \quad (14)$$

dengan $\alpha = 1,359$ dan $\beta = -0,782$

Koefisien filter skala (g_l) dianggap memenuhi kondisi berikut:

$$\sum_{l=0}^{L-1} g_l = \sqrt{2} \quad (15)$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} g_l^2 = 1 \quad (16)$$

untuk $m = 0$

$$\sum_{l=0}^{L-1} g_l^2 = 1 \quad (17)$$

untuk $m = 1, 2, \dots, \left(\frac{L}{2}\right) - 1$

$$\sum_{l=0}^{L-1} g_l g_{l+2m} = 0 \quad (18)$$

(Anugrah, Purnamasari, & A'yun, 2024)

2.4. Filter Wavelet

Filter *wavelet* merupakan filter *high-pass* yang bersifat *detail* dan digunakan untuk mencari nilai koefisien-koefisien *wavelet* pada proses transformasi. Filter ini didefinisikan dengan deret bilangan real $\{h_l: l = 0, \dots, L - 1\}$ dengan L adalah lebar filter dan merupakan bilangan bulat positif. Koefisien filter *wavelet* (h_l) memiliki hubungan dengan koefisien filter skala (g_l), yaitu

$$h_l = (-1)^l g_{L-1-l} \quad (19)$$

atau dapat ditulis

$$g_l = (-1)^{l+1} h_{L-1-l} \quad (20)$$

Sehingga koefisien filter *wavelet* (h_l) diasumsikan memenuhi kondisi berikut:

$$\sum_{l=0}^{L-1} h_l = 0 \quad (21)$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} h_l^2 = 1 \quad (22)$$

untuk $m = 0$

$$\sum_{l=0}^{L-1} h_l^2 = 1 \quad (23)$$

untuk $m = 1, 2, \dots, \left(\frac{L}{2}\right) - 1$

$$\sum_{l=0}^{L-1} h_l h_{l+2m} = 0 \quad (24)$$

(Anugrah, Purnamasari, & A'yun, 2024)

2.5. Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform (MODWT)

Transformasi *wavelet* adalah salah satu metode yang dapat diterapkan pada data runtun waktu baik yang bersifat stasioner maupun non-stasioner. Metode ini mampu secara otomatis memisahkan tren dalam data yang bersifat tidak stasioner. Selain itu, transformasi *wavelet* efektif dalam memodelkan data dengan pola yang tidak teratur non-linear. Transformasi *wavelet* dibagi menjadi dua bagian, yaitu *Continuous Wavelet Transform* (CWT) dan *Discrete Wavelet Transform* (DWT). DWT lebih efisien dibandingkan CWT karena DWT membagi data secara bertahap menjadi dua bagian pada setiap tahap menciptakan struktur piramida yang menghasilkan representasi data yang lebih efisien dengan jumlah koefisien yang lebih sedikit dibandingkan CWT, tetapi masih mempertahankan informasi yang akurat. DWT mengharuskan jumlah data sebesar $n = 2^J$ di mana J adalah bilangan bulat positif selain nol, sehingga transformasi DWT tidak dapat diterapkan pada sembarang ukuran sampel. Untuk mengatasi keterbatasan ini, dikembangkan konsep baru yang dikenal dengan *Maximal Overlap*

Discrete Wavelet Transform (MODWT). Keunggulan MODWT adalah kemampuannya untuk diterapkan pada setiap ukuran sampel n sehingga akan terhindar dari terjadinya *downsampling* (Andriyani & Subanar, 2019).

Penentuan level dekomposisi maksimal MODWT (J) tergantung pada lebar filter (L) dan ukuran sampel (n) dengan rumus:

$$J < \log_2 \left(\frac{n}{L-1} + 1 \right) \quad (25)$$

Jumlah koefisien wavelet dan koefisien skala pada setiap level dalam MODWT tetap konsisten, menjadikannya lebih cocok untuk pemodelan data runtun waktu dibandingkan dengan DWT (Afsari, Siregar, & Aprilia, 2024).

2.6. Filter Wavelet dan Filter Skala MODWT

Berdasarkan filter *wavelet* dan filter skala pada DWT, maka dapat ditentukan filter *wavelet* dan filter skala pada MODWT masing-masing adalah sebagai berikut:

$$\tilde{h}_l = \frac{h_l}{\sqrt{2}} \quad (26)$$

dan

$$\tilde{g}_l = \frac{g_l}{\sqrt{2}} \quad (27)$$

Sehingga syarat suatu filter *wavelet* MODWT (\tilde{h}_l) harus memenuhi:

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l = 0 \quad (28)$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l^2 = \frac{1}{2} \quad (29)$$

Untuk $m = 0$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l^2 = \frac{1}{2} \quad (30)$$

Untuk $m = 1, 2, \dots, \left(\frac{L}{2}\right) - 1$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l \tilde{h}_{l+2m} = 0 \quad (31)$$

Serta filter skala MODWT (\tilde{g}_l) harus memenuhi syarat:

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l = 1 \quad (32)$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l^2 = \frac{1}{2} \quad (33)$$

Untuk $m = 0$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l^2 = \frac{1}{2} \quad (34)$$

Untuk $m = 1, 2, \dots, \left(\frac{L}{2}\right) - 1$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l \tilde{g}_{l+2m} = 0 \quad (35)$$

(Wahyuningrum, Suparti, & Mukid, 2014)

2.7. Algoritma Piramida MODWT

Algoritma piramida adalah metode penghitungan yang efisien untuk menghitung koefisien skala dan koefisien *wavelet* MODWT pada level ke- j . MODWT mendefinisikan koefisien *wavelet* dan koefisien skala untuk suatu data runtun waktu x dengan ukuran sampel n pada level ke-1 ($j = 1$) adalah sebagai berikut:

$$w_{1,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l x_{(t-l) \bmod n} \quad (36)$$

dan

$$v_{1,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l x_{(t-l) \bmod n} \quad (37)$$

dengan

- $w_{1,t}$: koefisien *wavelet* level ke-1 dan waktu ke- t
- $v_{1,t}$: koefisien skala level ke-1 dan waktu ke- t
- \tilde{h}_l : filter *wavelet* pada lebar filter ke- l
- \tilde{g}_l : filter skala pada lebar filter ke- l
- x : data pengamatan
- t : waktu pengamatan
- L : lebar filter
- n : ukuran sampel

Hasil pada level pertama ini akan menghasilkan vektor koefisien *wavelet* dan skala sebagai berikut:

$$w_{1,t} = [w_{1,1}, w_{1,2}, \dots, w_{1,n}]^T \quad (38)$$

dan

$$v_{1,t} = [v_{1,1}, v_{1,2}, \dots, v_{1,n}]^T \quad (39)$$

Selanjutnya algoritma piramida akan terus berjalan sampai pada level terakhir, yaitu pada level ke- j dengan proses yang serupa. Dekomposisi setelah level pertama ($j = 2, 3, \dots, J$) akan memproses koefisien skala yang diperoleh pada level sebelumnya untuk memperoleh koefisien *wavelet* dan koefisien skala. Pada level ini akan menghasilkan koefisien *wavelet* ($w_{j,t}$) dan koefisien skala ($v_{j,t}$) dengan penghitungan sebagai berikut:

$$w_{j,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l v_{j-1, (t-2^{j-1}l) \bmod n} \quad (40)$$

dan

$$v_{j,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l v_{j-1, (t-2^{j-1}l) \bmod n} \quad (41)$$

dengan koefisien-koefisien *wavelet* dan skala yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$w_{j,t} = [w_{j,1}, w_{j,2}, \dots, w_{j,n}]^T \quad (42)$$

dan

$$v_{j,t} = [v_{j,1}, v_{j,2}, \dots, v_{j,n}]^T \quad (43)$$

(Anugrah, Purnamasari, & A'yun, 2024)

2.8. Model Multiresolution Autoregressive (MAR)

Model peramalan dibuat berdasarkan hasil dekomposisi data yang artinya data terdahulu $x = (x_1, x_2, \dots, x_t)$ tidak digunakan untuk meramalkan x_{t+1} akan tetapi menggunakan koefisien-koefisien hasil transformasi *wavelet*. Pemodelan ini bertujuan utama untuk mengidentifikasi serta menentukan jumlah koefisien *wavelet* dan skala yang akan digunakan pada setiap level (Wahyuningrum, Suparti, & Mukid, 2014).

Setiap level dekomposisi j menghasilkan koefisien *wavelet* $w_{j,t}$ dan koefisien skala $v_{j,t}$. Dalam model MAR, seluruh koefisien *wavelet* dianggap memiliki pengaruh terhadap peramalan pada waktu ke- $t + 1$ sedangkan hanya koefisien skala pada level dekomposisi tertinggi yang dianggap memiliki pengaruh terhadap peramalan pada waktu ke- $t + 1$ sehingga model umum MAR dapat ditulis sebagai berikut (Angreni & Juliza, 2023):

$$\hat{x}_{t+1} = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{A_j} \hat{\alpha}_{j,k} w_{j,t-2^j(k-1)} + \sum_{k=1}^{A_J} \hat{\alpha}_{J+1,k} v_{J,t-2^J(k-1)} \quad (44)$$

dimana:

- j : level dekomposisi MODWT; ($j = 1, 2, \dots, J$)
 k : orde model MAR; ($k = 1, 2, \dots, A_j$)
 $w_{j,t}$: nilai koefisien *wavelet*
 $v_{j,t}$: nilai koefisien skala
 $\hat{a}_{j,k}$: nilai koefisien MAR
 t : waktu pengamatan

Misalkan dipilih $A_j = 1$ untuk semua level dekomposisi j , maka bentuk model peramalan yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

$$\hat{x}_{t+1} = \sum_{j=1}^J \hat{a}_j w_{j,t} + \hat{a}_{J+1} v_{J,t} \quad (45)$$

Estimasi koefisien MAR, yaitu \hat{a}_j dilakukan dengan metode kuadrat terkecil untuk meminimumkan error, yaitu:

$$\sum e_i^2 = \mathbf{e}'\mathbf{e} = (\mathbf{x} - \mathbf{Aa})'(\mathbf{x} - \mathbf{Aa}) \quad (46)$$

Dengan \mathbf{e} merupakan vektor error, \mathbf{x} merupakan vektor data runtun waktu, \mathbf{A} merupakan matriks koefisien *wavelet* dan koefisien skala dan \mathbf{a} merupakan vektor koefisien MAR. Estimasi koefisien MAR ($\hat{\mathbf{a}}$) diperoleh dengan:

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{A}'\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}'\mathbf{x} \quad (47)$$

2.9. Penentuan Model MAR Terbaik

Penentuan model MAR terbaik dilakukan dengan menggunakan kriteria *CP-Mallows*. Model MAR terbaik adalah model yang memiliki selisih antara nilai *CP-Mallows* dengan nilai p atau banyaknya koefisien dalam model paling kecil. Apabila suatu model dengan p koefisien maka:

$$Cp = \left(\frac{SSE(p)}{\hat{\sigma}^2} \right) - n + 2p \quad (48)$$

di mana:

- $SSE(p)$: jumlah kuadrat residual dari model MAR dengan p koefisien
 $\hat{\sigma}^2$: estimasi varians residual
 n : ukuran sampel
 p : banyaknya koefisien pada model

dengan $\hat{\sigma}^2$ dapat dihitung sebagai berikut:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{n - p} \quad (49)$$

di mana SSE merupakan jumlah kuadrat residual dari model yang memuat seluruh koefisien (Darnius & Tarigan, 2018).

2.10. Pemeriksaan Asumsi Residual Model MAR

Setelah model MAR terbentuk, diperlukan pemeriksaan asumsi residual untuk memastikan kesesuaian model. Dua aspek yang diperiksa adalah normalitas residual dan independensi residual.

a) Asumsi Normalitas Residual

Uji Anderson-Darling digunakan untuk menguji kenormalan residual pada model MAR. Uji *Anderson-Darling* merupakan uji kesesuaian apakah residual berasal dari distribusi tertentu dengan memanfaatkan distribusi tertentu dalam menghitung nilai kritis, hipotesis serta statistik uji *Anderson-Darling* adalah sebagai berikut:

H_0 : Residual berdistribusi normal

H_1 : Residual tidak berdistribusi normal

Statistik uji Anderson-Darling adalah:

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) [\ln F(e_i) + \ln (1 - F(e_{(n+1-i)}))] \left(1 + \frac{0,75}{n} + \frac{2,25}{n^2} \right) \quad (50)$$

di mana:

- A^2 : statistik uji *Anderson-Darling*
 n : ukuran sampel

- e_i : residual ke- i yang telah diurutkan
 $F(e_i)$: nilai fungsi distribusi kumulatif normal baku untuk e_i

dengan $F(e_i)$ diperoleh dari tabel distribusi normal kumulatif dan daerah kritis untuk setiap tingkat taraf signifikansi (α) adalah

Tabel 1. Nilai Kritis Uji *Anderson-Darling*

α	Nilai Kritis
0,1	0,656
0,05	0,787
0,01	1,092

Jika $A^2 < A_\alpha^2$ maka H_0 gagal ditolak artinya residual berdistribusi normal dan jika sebaliknya maka H_0 ditolak yang artinya residual tidak berdistribusi normal (Thode, 2002).

b) Asumsi Independensi Residual

Independensi residual diperiksa melalui plot fungsi otokorelasi residual pada model MAR. Jika terdapat satu atau lebih nilai fungsi otokorelasi yang berada diluar interval kepercayaan, maka residual belum independen. Batas interval kepercayaan fungsi otokorelasi diberikan sebagai berikut (Wei, 1994):

$$B = \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (51)$$

dengan:

- B : batas interval kepercayaan fungsi otokorelasi
 n : ukuran sampel

Banyaknya jumlah lag pada plot fungsi otokorelasi dihitung dengan menggunakan persamaan (2.62) berikut:

$$K = 10 \log_{10}(n) \quad (52)$$

di mana:

- K : lag maksimum
 n : ukuran sampel

Otokorelasi adalah hubungan antara suatu deret berkala dengan dirinya sendiri pada selang waktu tertentu (lag). Koefisien otokorelasi dapat diduga dengan rumus berikut (Cryer, 2008):

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (e_t - \bar{e})(e_{t-k} - \bar{e})}{\sum_{t=1}^n (e_t - \bar{e})^2} \quad (53)$$

di mana:

- $\hat{\rho}_k$: estimasi koefisien otokorelasi pada lag ke- k
 e_t : residual pada waktu ke- t
 \bar{e} : rata-rata residual

2.11. Kriteria Pemilihan Model Peramalan Terbaik

Kriteria pemilihan model peramalan terbaik pada penelitian ini diukur menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) dengan model terpilih adalah model yang memiliki MAPE terkecil. MAPE akan memberikan nilai seberapa besar kesalahan peramalan dibandingkan dengan nilai aktual dari data runtun waktu yang dimodelkan. Rumus MAPE adalah sebagai berikut (Budianti, Janatin, Avicenna, Putri, & Darmawan, 2024):

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{x_t - \hat{x}_t}{x_t} \right| \times 100\% \quad (54)$$

di mana:

- n : ukuran sampel
 x_t : nilai aktual pada waktu ke- t
 \hat{x}_t : nilai peramalan pada waktu ke- t

Semakin kecil nilai MAPE, semakin baik kemampuan model peramalan yang digunakan. MAPE memiliki rentang nilai yang dapat dijadikan sebagai acuan untuk menilai kualitas suatu model peramalan. Rentang nilai tersebut adalah sebagai berikut (Maricar, 2019).

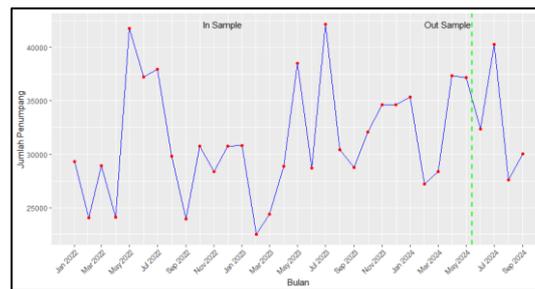
Tabel 2. Interpretasi Nilai MAPE

Rentang Nilai MAPE	Kemampuan
$MAPE < 10\%$	Kemampuan Model Peramalan Sangat Baik
$10\% \leq MAPE \leq 20\%$	Kemampuan Model Peramalan Baik
$20\% < MAPE \leq 50\%$	Kemampuan Model Peramalan Layak
$MAPE > 50\%$	Kemampuan Model Peramalan Buruk

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Statistika Deskriptif

Data jumlah kedatangan penumpang domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda dibagi menjadi dua: data *in-sample* (Januari 2022 – Mei 2024, 29 data) untuk pembentukan model peramalan dan data *out-sample* (Juni 2024 – September 2024, 4 data) untuk pengujian model. Grafik runtun waktu untuk data *in sample* dan *out sample* jumlah kedatangan penumpang domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda dapat dilihat pada Gambar 1 berikut:



Gambar 1. Grafik data jumlah kedatangan penumpang domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda

Grafik runtun waktu menunjukkan pola yang cenderung stasioner horizontal, dengan puncak jumlah penumpang pada Juli 2023 (42.215 penumpang) dan titik terendah pada Februari 2023 (22.479 penumpang). Pola data yang stasioner ini cocok untuk peramalan dengan *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT) dengan menggunakan model *Multiresolution Autoregressive* (MAR).

3.2. Filter Wavelet dan Filter Skala Discrete Wavelet Transform (DWT)

Filter *wavelet* dan filter skala digunakan untuk menghitung koefisien *wavelet* dan koefisien skala. Penghitungan filter *wavelet* dan filter skala menggunakan lebar filter ($l = 0, 1, 2, \dots, L - 1$) dengan L menyesuaikan dengan lebar filter setiap *wavelet Daubechies*. *Wavelet Daubechies* 2 memiliki lebar filter 2, sehingga memiliki 2 filter skala, yaitu g_0 dan g_1 . *Wavelet Daubechies* 4 memiliki lebar filter 4, sehingga memiliki 4 filter skala, yaitu g_0, g_1, g_2 dan g_3 . *Wavelet Daubechies* 6 memiliki lebar filter 6, sehingga memiliki 6 filter skala, yaitu g_0, g_1, g_2, g_3, g_4 dan g_5 . Hasil penghitungan untuk setiap filter skala pada masing-masing *wavelet Daubechies* yang telah memenuhi syarat disajikan pada tabel berikut:

Tabel 3. Filter Skala DWT

<i>Daubechies</i>	Filter Skala	Nilai
<i>Daubechies</i> 2	g_0	0,707
	g_1	0,707
<i>Daubechies</i> 4	g_0	0,482
	g_1	0,836
	g_2	0,224
	g_3	-0,129
<i>Daubechies</i> 6	g_0	0,332
	g_1	0,806
	g_2	0,459
	g_3	-0,135
	g_4	-0,085
	g_5	0,035

Setelah diperoleh koefisien skala untuk setiap filter pada masing-masing *wavelet Daubechies*, selanjutnya adalah menghitung koefisien filter *wavelet*. Hasil penghitungan untuk setiap filter *wavelet* pada masing-masing *wavelet Daubechies* yang telah memenuhi syarat disajikan pada tabel berikut:

Tabel 4. Filter *Wavelet* DWT

<i>Daubechies</i>	Filter Skala	Nilai
<i>Daubechies</i> 2	h_0	0,707
	h_1	-0,707
<i>Daubechies</i> 4	h_0	-0,129
	h_1	-0,836
	h_2	0,836
	h_3	-0,482
<i>Daubechies</i> 6	h_0	0,035
	h_1	0,085
	h_2	-0,135
	h_3	-0,459
	h_4	0,806
	h_5	-0,332

3.3. Filter *Wavelet* dan Filter Skala Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform (MODWT)

Filter *wavelet* dan filter skala pada MODWT dapat dihitung dengan menggunakan hubungan antara filter *wavelet* dan filter skala pada MODWT dan filter *wavelet* dan filter skala pada DWT. Hasil penghitungan untuk setiap filter skala dan filter *wavelet* pada masing-masing *wavelet Daubechies* yang telah memenuhi syarat disajikan pada tabel berikut:

Tabel 5. Filter Skala dan Wavelet MODWT

<i>Daubechies</i>	Filter Skala	Nilai	Filter <i>Wavelet</i>	Nilai
<i>Daubechies</i> 2	\tilde{g}_0	0,5	\tilde{h}_0	0,5
	\tilde{g}_1	0,5	\tilde{h}_1	-0,5
<i>Daubechies</i> 4	\tilde{g}_0	0,341	\tilde{h}_0	-0,091
	\tilde{g}_1	0,591	\tilde{h}_1	-0,158
	\tilde{g}_2	0,158	\tilde{h}_2	0,591
	\tilde{g}_3	-0,091	\tilde{h}_3	-0,341
<i>Daubechies</i> 6	\tilde{g}_0	0,235	\tilde{h}_0	0,024
	\tilde{g}_1	0,570	\tilde{h}_1	0,060
	\tilde{g}_2	0,325	\tilde{h}_2	-0,095
	\tilde{g}_3	-0,095	\tilde{h}_3	-0,325
	\tilde{g}_4	-0,060	\tilde{h}_4	0,570
	\tilde{g}_5	0,024	\tilde{h}_5	-0,235

3.4. Level Dekomposisi Optimal MODWT

Level dekomposisi optimal untuk *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT) dihitung menggunakan ukuran *in-sample* ($n=29$) dan filter *Daubechies* (db) dengan lebar L yang berbeda. Berdasarkan perhitungan, level dekomposisi optimal untuk db2 adalah empat, untuk db4 adalah tiga, dan untuk db6 adalah dua.

Dekomposisi empat level pada db2 menghasilkan empat koefisien *wavelet* (w_1, w_2, w_3, w_4) dan empat koefisien skala (v_1, v_2, v_3, v_4). Dekomposisi tiga level pada db4 menghasilkan tiga koefisien *wavelet* (w_1, w_2, w_3) dan tiga koefisien skala (v_1, v_2, v_3). Dekomposisi dua level pada db6 menghasilkan dua koefisien *wavelet* (w_1, w_2) dan dua koefisien skala (v_1, v_2).

3.5. Penghitungan Koefisien *Wavelet* dan Koefisien Skala

Penghitungan koefisien *wavelet* dan koefisien skala MODWT level ke-j dilakukan dengan menggunakan algoritma piramida. Penghitungan dilakukan pada masing-masing *wavelet Daubechies* dengan banyaknya level dekomposisi mengikuti hasil penghitungan level dekomposisi optimal untuk setiap *wavelet Daubechies*.

a) Koefisien *Wavelet* dan Koefisien Skala *Daubechies* 2

Daubechies 2 memiliki empat level dekomposisi optimal sehingga setelah dilakukan penghitungan dengan menggunakan algoritma piramida akan menghasilkan empat koefisien *wavelet* (w_1, w_2, w_3, w_4) dan empat koefisien skala (v_1, v_2, v_3, v_4) dengan hasil penghitungan adalah sebagai berikut

Tabel 6 Nilai Koefisien *Wavelet* dan Skala *Daubechies* 2 Level 1 Sampai 4

j	t	$w_{j,t}$	$v_{j,t}$
1	0	-3.931,500	33.262,500
	1	-2.646	26.685
	2	2.443	26.482
	⋮	⋮	⋮
	27	4.478,500	32.864,500
	28	-74,500	37.268,500
2	0	199	33.063,500
	1	-5.291,750	31.976,750
	2	-3.390,250	29.872,250
	⋮	⋮	⋮
	27	791,750	32.072,750
	28	4.733	32.535,500
3	0	55,750	33.007,750
	1	290,875	31.685,875
	2	-1.100,250	30.972,500
	⋮	⋮	⋮
	27	-223,750	32.296,500
	28	-813,375	33.348,875
4	0	634,687	32.373,062
	1	-666,187	32.352,062
	2	-1.382,500	32.355
	⋮	⋮	⋮
	27	750,687	31.545,810
	28	1.404,063	31.944,810

b) Koefisien *Wavelet* dan Koefisien Skala *Daubechies* 4

Daubechies 4 memiliki tiga level dekomposisi optimal sehingga setelah dilakukan penghitungan dengan menggunakan algoritma piramida akan menghasilkan tiga koefisien *wavelet* (w_1, w_2, w_3) dan tiga koefisien skala (v_1, v_2, v_3) dengan hasil penghitungan adalah sebagai berikut

Tabel 7 Nilai Koefisien *Wavelet* dan Skala *Daubechies* 4 Level 1 Sampai 3

j	t	$w_{j,t}$	$v_{j,t}$
1	0	3.815,637	35.338,340
	1	2.399,117	28.036,840
	2	-1.809,360	25.342,580
	⋮	⋮	⋮
	27	-3.885,770	30.623,300
	28	-1.827,080	36.798,900
2	0	-717,173	32.156,960
	1	-3.690,980	32.602,770
	2	-912,715	31.435,080
	⋮	⋮	⋮
	27	2.716,731	32.555,370
	28	1.805,469	31.848,180
3	0	2.611,885	33.340,120
	1	239,340	32.696,210
	2	-1.144,630	31.838,610
	⋮	⋮	⋮
	27	2.986,094	32.718,050
	28	2.930,042	33.435,300

c) Koefisien *Wavelet* dan Koefisien Skala *Daubechies 6*

Daubechies 6 memiliki dua level dekomposisi optimal sehingga setelah dilakukan penghitungan dengan menggunakan algoritma piramida akan menghasilkan dua koefisien *wavelet* ($w_1, w_2,$) dan dua koefisien skala (v_1, v_2) dengan hasil penghitungan adalah sebagai berikut

Tabel 8 Nilai Koefisien *Wavelet* dan Skala *Daubechies 6* Level 1 Sampai 2

j	t	$w_{j,t}$	$v_{j,t}$
1	0	-2.601,780	36.790,230
	1	-3.530,200	29.882,660
	2	1.906,865	24.957,850
	⋮	⋮	⋮
	27	170,896	29.227,110
	28	3.640,137	35.415,110
2	0	-3.642,020	31.974,570
	1	-1.530,650	32.288,380
	2	2.237,199	31.808,530
	⋮	⋮	⋮
	27	2.089,925	33.132,740
	28	14,889	32.297,310

3.6. Pemilihan Model Multiresolution Autoregressive (MAR) Terbaik

Penghitungan koefisien MAR (a) dilakukan setelah nilai koefisien *wavelet* dan koefisien skala diperoleh dari proses dekomposisi MODWT. Penghitungan koefisien MAR (a) dilakukan dengan metode matriks dengan A merupakan matriks yang memuat koefisien *wavelet* dan koefisien skala dan x merupakan vektor data runtun waktu. Penghitungan koefisien MAR *Daubechies* dimulai dengan membentuk matriks A dan vektor data x . Perkalian matriks invers dari ($A'A$) dengan A' dan selanjutnya dengan x menghasilkan koefisien MAR yang disajikan pada tabel berikut:

Tabel 6. Koefisien MAR

<i>Daubechies</i>	Koefisien MAR	Nilai
<i>Daubechies 2</i>	a_1	1
	a_2	1
	a_3	1
	a_4	1
	a_5	1
<i>Daubechies 4</i>	a_1	-0,095
	a_2	-0,060
	a_3	0,392
	a_4	0,997
<i>Daubechies 6</i>	a_1	-0,023
	a_2	-0,784
	a_3	0,993

3.7. Pemilihan Model Multiresolution Autoregressive (MAR) Terbaik

Pembentukan kombinasi model untuk setiap *wavelet Daubechies* dilakukan dengan memasukkan satu persatu koefisien hingga seluruh koefisien digunakan dalam satu model. Banyaknya kombinasi model yang diperoleh untuk setiap *wavelet Daubechies* ditentukan menggunakan rumus $2^J - 1$ di mana J adalah level dekomposisi optimal. Pemilihan model terbaik untuk setiap *wavelet Daubechies* ditentukan dengan kriteria nilai *CP-Mallows* yang memiliki selisih paling kecil dengan nilai p atau banyaknya koefisien dalam model.

- Wavelet Daubechies 2* (db2) dengan level dekomposisi empat menghasilkan 31 kombinasi model. Model terbaik adalah $\hat{x}_{t+1} = 1w_{1,t} + 1w_{2,t} + 1w_{3,t} + 1w_{4,t} + 1v_{4,t}$ dengan nilai *CP-Mallows* sebesar 56,578.
- Wavelet Daubechies 4* (db4) dengan level dekomposisi tiga menghasilkan 15 kombinasi model. Model terbaik adalah $\hat{x}_{t+1} = 0,997v_{3,t}$ dengan nilai *CP-Mallows* sebesar 1,724.
- Wavelet Daubechies 2* (db2) dengan level dekomposisi dua menghasilkan 7 kombinasi model. Model terbaik adalah $\hat{x}_{t+1} = -0,784w_{2,t} + 0,993v_{2,t}$ dengan nilai *CP-Mallows* sebesar 3,044.

3.8. Pemeriksaan Asumsi Residual Model Multiresolution Autoregressive (MAR) Terbaik

Model MAR terbaik untuk setiap *wavelet Daubechies* selanjutnya diperiksa asumsi residualnya. Terdapat dua jenis pemeriksaan asumsi residual pada model MAR, yaitu asumsi normalitas dan asumsi independensi residual.

a) Asumsi Normalitas Residual

Pengujian asumsi normalitas pada residual model MAR dilakukan dengan menggunakan uji *Anderson-Darling* dengan hasil pengujian untuk setiap *wavelet Daubechies* ditampilkan pada Tabel 7 berikut:

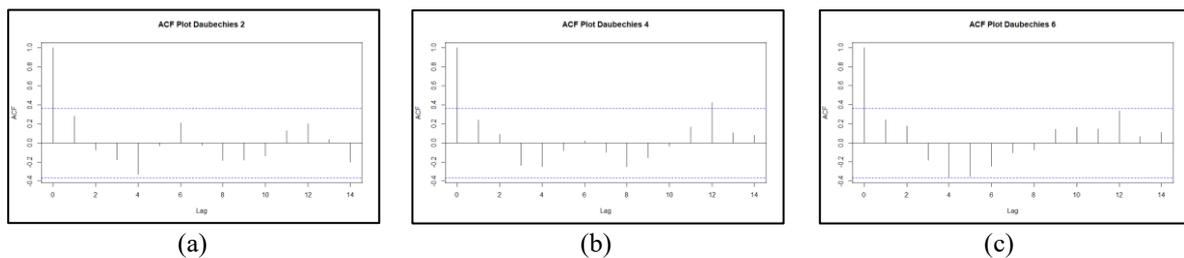
Tabel 7. Hasil pengujian Normalitas Residual Setiap *Wavelet Daubechies*

Model <i>Wavelet</i>	<i>Anderson-Darling</i> (A^2)	p - value
<i>Daubechies</i> 2	1,840	$7,9 \times 10^{-5}$
<i>Daubechies</i> 4	0,239	0,760
<i>Daubechies</i> 6	0,569	0,130

Tabel 7 menunjukkan bahwa model *wavelet Daubechies* 4 dan 6 menghasilkan nilai uji *Anderson-Darling* lebih kecil dari nilai kritis, yaitu 0,787 atau nilai p -value lebih besar dari 0,05 yang artinya residual untuk kedua model *wavelet Daubechies* berdistribusi normal. Sedangkan pada model *wavelet Daubechies* 2 menghasilkan nilai uji *Anderson-Darling* lebih besar dari nilai kritis, yaitu 0,787 atau nilai p -value lebih kecil dari 0,05 yang artinya residual untuk model *wavelet Daubechies* 2 tidak berdistribusi normal.

b) Asumsi Independensi Residual

Pemeriksaan independensi residual dilakukan melalui analisis plot fungsi autokorelasi (ACF). Nilai koefisien autokorelasi diperiksa pada batas kepercayaan 95% dengan nilai interval kepercayaan $\pm 0,364$. Plot ACF untuk setiap *wavelet Daubechies* ditampilkan pada Gambar 2 berikut:



Gambar 2. Plot ACF: (a) *Daubechies* 2, (b) *Daubechies* 4, (c) *Daubechies* 6

Berdasarkan grafik fungsi otokorelasi residual model MAR pada Gambar 2 menunjukkan bahwa model MAR *Daubechies* 2 dan 6 memenuhi asumsi independensi residual karena semua nilai koefisien otokorelasi berada di dalam batas interval kepercayaan, sedangkan model MAR *Daubechies* 4 tidak memenuhi asumsi independensi residual karena terdapat nilai koefisien otokorelasi yang berada di luar interval kepercayaan, yaitu pada lag ke-12.

Berdasarkan pemeriksaan asumsi normalitas dan independensi pada residual untuk model terbaik masing-masing *wavelet Daubechies*, diperoleh bahwa hanya model MAR *Daubechies* 6 memenuhi kedua asumsi. Sehingga model MAR *Daubechies* 6 merupakan model peramalan terbaik yang akan digunakan untuk peramalan jumlah kedatangan penumpang domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda.

3.9. Peramalan Jumlah Kedatangan Penumpang Domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda

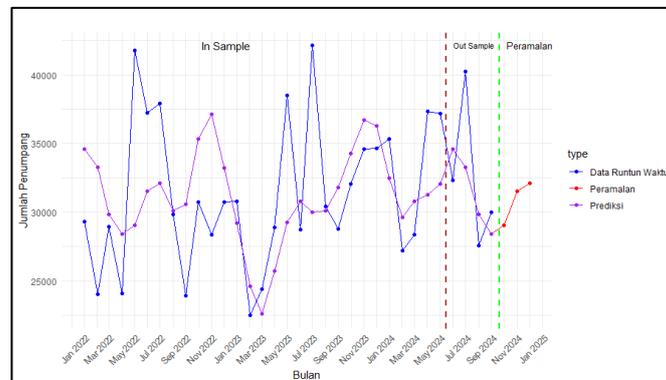
Model MAR *Daubechies* 6 digunakan untuk meramalkan jumlah kedatangan penumpang domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda. Sebelum peramalan, nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) dihitung sebagai ukuran ketepatan model, dengan hasil 13,758% untuk data *in-sample* dan 9,525% untuk data *out-sample*, menunjukkan bahwa model ini memiliki akurasi yang baik.

Model peramalan terbaik yang telah diperoleh, yaitu model MAR *Daubechies* 6 digunakan untuk meramalkan jumlah kedatangan penumpang domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda selama 3 bulan ke depan dengan hasil sebagai berikut:

Tabel 8. Peramalan 3 Bulan ke Depan

Tahun	Bulan	Peramalan
2024	Oktober	29.052
	November	31.530
	Desember	32.090

Berdasarkan hasil peramalan pada Tabel 8, dapat dibentuk grafik yang memuat data aktual jumlah kedatangan penumpang domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda periode Januari 2022 sampai dengan September 2024 serta peramalan jumlah kedatangan penumpang domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda periode Oktober 2024 sampai dengan Desember 2024 yang disajikan pada Gambar 3 berikut:



Gambar 3. Grafik Peramalan Jumlah Kedatangan Penumpang Domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda

Gambar 3 menunjukkan bahwa hasil peramalan jumlah kedatangan penumpang domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda cenderung memiliki pola tren naik dengan peramalan jumlah kedatangan penumpang domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda tertinggi terjadi pada bulan Desember 2024 dan terendah pada bulan Oktober 2024.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan diperoleh model peramalan *Multiresolution Autoregressive (MAR)* dengan metode *wavelet* yang sesuai untuk meramalkan jumlah kedatangan penumpang domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda adalah model peramalan *MAR Daubechies 6* yang memiliki dua koefisien dengan nilai *MAPE in sample* sebesar 13,758% dan nilai *MAPE out sample* sebesar 9,525% dan hasil peramalan jumlah kedatangan penumpang domestik di Bandara APT Pranoto Samarinda metode *wavelet* dengan model *Multiresolution Autoregressive (MAR)* menghasilkan pola tren naik dengan peramalan tertinggi pada bulan Desember 2024, yaitu sebanyak 32.090 penumpang dan peramalan terendah pada bulan Oktober 2024, yaitu sebanyak 29.052 penumpang.

DAFTAR PUSTAKA

- Afsari, K., Siregar, M. A., & Aprilia, R. (2024). Prediksi Inflasi Sumatera Utara dengan Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform. *Jurnal Sains dan Teknologi*, 7(1), 38-47.
- Andriyani, M., & Subanar. (2019). Peramalan Data Penumpang Kereta Api Januari 2013-November 2018 Dengan Menggunakan Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform-Recurrent Neural Network (MODWT-RNN). *Media Statistika*, 12(2), 164-174.
- Angreni, P., & Juliza, M. (2023). Comparison of Methods ARIMA and MAR Models with MODWT Decomposition on Non-Stationary Data. *INSOLOGI*, 2(2), 392-399.
- Anugrah, M. R., Purnamasari, I., & A'yun, Q. Q. (2024). Transformasi Wavelet Diskrit Daubechies Fungsi Soft Thresholding untuk Prediksi Data Inflasi di Indonesia. *Journal of Statistics and Its Application on Teaching and Research*, 6(2), 56-66.
- Budianti, L., Janatin, Avicenna, M. Y., Putri, A. K., & Darmawan, G. (2024). Pemodelan SARIMA dengan Pendekatan ARCH/GARCH untuk Meramalkan Penjualan Ritel Barang Elektronik. *INNOVATIVE: Journal of Social Science Research*, 4(1), 1037-1051.
- Caraka, R. E., Yasin, H., & Suparti. (2015). Pemodelan Tinggi Pasang Air Laut Di Kota Semarang Dengan Menggunakan Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform (MODWT). *Jurnal Meteorologi Klimatologi dan Geofisika*, 2(2), 104-114.
- Cryer, J. (2008). *Time Series Analysis*. Boston: University of IOWA, PWS KENT Publishing Company.
- Conejo, A. J., Plazas, M., Espinol, R., & Molina, A. (2005). Day-Ahead Electricity Price Forecast Using The Wavelet Transform and ARIMA Models. *IEEE Transactions on Power System*, 20(2), 1035-1042.
- Darnius, O., & Tarigan, G. (2018). Simulation Method Of Model Selection Based On Mallows' Cp Criteria In

- Linier Regression. *Journal of Physics: Conference Series*, 1116(2), 022008.
- Daubechies, I. (1992). *Ten Lecture on wavelet Society for Industrial and Applued Mathematics*. Philadelphia: SIAM.
- Juliza, M., Sa'adah, U., & Fernandes, A. A. (2019). Multiscale Autoregressive (MAR) Models with MODWT Decomposition on Non-Stationary Data. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 546(5), 052035
- Maricar, M. A. (2019). Analisa Perbandingan Nilai Akurasi Moving Average dan Exponential Smoothing untuk Sistem Peramalan Pendapatan pada Perusahaan XYZ. *Jurnal Sistem dan Informatika*, 13(2), 36-45.
- Thode, H. C. (2002). *Testing for Normality*. New York: Marcel Dekker.
- Wahyuningrum, S., Suparti, & Mukid, M. A. (2014). Analisis Pajak Kendaraan bermotor Menggunakan Model Multiscale Autoregressive Dengan Maximal Overlap Discrete Wavelet
- Wei, W. W. (1994). *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Mehods*. United State of America: Addison Wesley Publishing Company Inc.
- Widosari, G. (2012). Peramalan Curah Hujan Dengan Wavelet. *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika FMIPA UNY* (pp. 61-68). Yogyakarta: Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY.
- Zheng, F., & Zhong, S. (2011). Time Series Forecasting Using a Hybrid RBF Neural Network and AR Model Based on Binomial Smoothing. *World Academy of Science*, 5(3), 1471-1475.