Volume 1 Nomor 1 November (2024) ISSN XXXX-XXXX

Indonesian Journal of Applied Statistics and Data Science

Homepage jurnal: https://journal.unram.ac.id/index.php/ijasds

# Perbandingan Peramalan Jumlah Produksi Air Bersih PT. Air Minum Giri Menang dengan Metode *Double Exponential Smoothing* dari *Holt* dan *Brown* menggunakan Optimasi Algoritma Kuadratik

***Era Pazira[a], Zulhan Widya Baskara[b]*, Qurratul Ain[c]***

[a] Program Studi Matematika, Universitas Mataram, Indonesia.
[b] Program Studi Statistika, Universitas Mataram, Indonesia.
[c] Program Studi Matematika, Universitas Mataram, Indonesia.

**Corresponding author* (email): zulhan_wb@unram.ac.id

## ABSTRACT

Regional Water Supply Companies (PDAM) play a crucial role in ensuring the availability of clean and consumable water. This study aims to compare the Double Exponential Smoothing (DES) methods—Brown's one-parameter and Holt's two-parameter—for forecasting the clean water production of PT. Air Minum Giri Menang (Perseroda), emphasizing parameter optimization using a quadratic algorithm. The algorithm efficiently determines the optimal smoothing parameters to minimize forecasting errors measured by the Mean Absolute Percentage Error (MAPE). The results indicate that Brown's DES method, with a MAPE of 3.29%, outperforms Holt's DES method, which has a MAPE of 3.96%. While both methods are highly accurate for forecasting (MAPE ≤ 10%), the quadratic algorithm optimization makes Brown's DES method the preferred choice for planning clean water production for the January–June 2023 period.

**Keywords:** Brown, Forecasting, Double Exponential Smoothing, Holt, Quadratic Algorithm

## ABSTRAK

Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) mameluk tanggung jawab penting dalam memastikan ketersediaan air bersih yang layak konsumsi. Penelitian ini bertujuan membandingkan metode Double Exponential Smoothing (DES) satu parameter Brown dan dua parameter Holt dalam peramalan produksi air bersih PT. Air Minum Giri Menang (Perseroda), dengan fokus pada optimasi parameter menggunakan algoritma kuadratik. Algoritma ini digunakan untuk menemukan parameter pemulusan optimal secara efisien, guna meminimalkan kesalahan peramalan yang diukur dengan Mean Absolute Percentage Error (MAPE). Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode DES Brown, dengan nilai MAPE sebesar 3,29%, lebih unggul dibandingkan DES Holt yang memiliki nilai MAPE sebesar 3,96%. Dengan MAPE ≤ 10%, kedua metode dinilai sangat akurat untuk peramalan, namun optimasi algoritma kuadratik membuat metode DES Brown menjadi pilihan terbaik untuk perencanaan produksi air bersih periode Januari–Juni 2023.

**Kata Kunci:** Algoritma Kuadratik, Brown, Double Exponential Smoothing, Holt, Peramalan

Diterima: 18-10-2024; Disetujui: 29-11-2024;

## 1. Pendahuluan

Pengolahan air alami menjadi air bersih yang layak konsumsi menjadi tanggung jawab instansi seperti Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM). Di Kota Mataram dan Kabupaten Lombok Barat, tanggung jawab ini diemban oleh PT. Air Minum Giri Menang, yang memiliki sejarah panjang dalam pengelolaan air bersih sejak 1973 (Jannah dan Itratip, 2016). Saat ini, perusahaan tersebut memproses air dari sumber di Desa Narmada dengan metode sesuai Standar Nasional Indonesia (SNI).

Perubahan jumlah penduduk, penggunaan sumur bor, dan ketidakstabilan cuaca menjadi tantangan besar dalam memastikan ketersediaan air bersih. Ketidakpastian ini memengaruhi jumlah produksi dan distribusi air, yang membutuhkan perencanaan berbasis data untuk memenuhi kebutuhan pelanggan. Dengan meningkatnya permintaan, diperlukan metode peramalan produksi air untuk menjaga kualitas dan kuantitas distribusi.

Peramalan adalah metode untuk memprediksi kejadian di masa depan berdasarkan pola historis dalam data. Keberhasilan suatu peramalan ditentukan oleh kemampuan dalam mengidentifikasi pola data dan memahami horison waktu. Menurut Hanke dan Wichern (2005), metode peramalan yang baik mampu meminimalkan kesalahan atau forecast error sehingga hasilnya mendekati nilai aktual. Dalam konteks data runtun waktu (time series), pemilihan metode peramalan harus disesuaikan dengan karakteristik data tersebut.

Salah satu pendekatan peramalan yang sering digunakan adalah exponential smoothing, yang terdiri dari tiga varian utama: single, double, dan triple exponential smoothing. Metode single exponential smoothing diterapkan pada data stasioner, sedangkan double exponential smoothing digunakan untuk data dengan unsur tren, seperti metode Holt dan Brown.. Sementara itu, triple exponential smoothing dirancang untuk data dengan unsur tren dan musiman sekaligus, seperti metode Holt-Winters.

Tantangan utama dalam peramalan adalah menentukan parameter pemulusan yang optimal. Pendekatan trial and error sering digunakan, namun metode ini kurang efisien dalam mencapai akurasi terbaik (Tresnani, dkk., 2018). Salah satu solusi adalah menggunakan metode numerik, seperti algoritma kuadratik, yang didasarkan pada interpolasi fungsi dalam bentuk persamaan kuadrat untuk menemukan nilai optimum parameter (Nurhidayati, 2012: 2). Pendekatan ini dapat meningkatkan keakuratan hasil peramalan, menjadikannya lebih andal untuk berbagai keperluan analisis.

Berdasarkan uraian di atas akan dilakukan perbandingan antara metode Double Exponential Smoothing dari Holt dan Brown, untuk mengetahui tingkat keakuratan ramalan yang dihasilkan dengan menghitung nilai kesalahan ramalan menggunakan Mean Absolute Percentage Error (MAPE) terkecil. Untuk itu penulis mengangkat judul “Perbandingan Peramalan Jumlah Produksi Air Bersih PT. Air Minum Giri Menang dengan Double Exponential Smoothing dari Holt dan Brown Menggunakan Optimasi Algoritma Kuadratik”.

## 2. Metode

### *2.1. Double Exponential Smoothing*

Pendekatan double *exponential smoothing* dimanfaatkan untuk menganalisis data deret waktu (*time series*) yang memiliki kecenderungan tren yang stabil.

a. Metode *Double Exponential Smoothing* Satu Parameter dari *Brown*

Metode ini dikembangkan oleh Brown untuk mengatasi perbedaan antara data aktual dan hasil peramalan saat data memiliki pola tren. Metode ini memberikan respons yang lebih cepat terhadap perubahan dalam tren, karena tren dihitung dari perubahan langsung pada data. Metode ini cocok untuk data dengan tren yang lebih dinamis atau berubah cepat.

Rumus-rumus yang diterapkan dalam metode ini diuraikan oleh Makridakis (2000).

$$S'_t = \alpha X_t + (1-\alpha)S'_{t-1} \quad (1)$$
$$S''_t = \alpha S'_t + (1-\alpha)S''_{t-1} \quad (2)$$
$$\alpha_t = 2S'_t - S''_t \quad (3)$$
$$b_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S'_t - S''_t) \quad (4)$$

Berikut persamaan yang digunakan untuk membuat peramalan pada periode ke-$m$:

$$F_{t+m} = \alpha_t + b_t m \quad (5)$$

dengan,

$S'_t$ : nilai *single exponential smoothing* pada periode $t$
$S''_t$ : nilai *double exponential smoothing* pada periode $t$
$\alpha$ : parameter pemulusan yang besarnya $0 < \alpha < 1$
$\alpha_t$ : nilai konstanta pemulusan pada periode $t$
$b_t$ : nilai koefisien *trend* pada periode $t$
$X_t$ : data aktual pada periode $t$
$S'_{t-1}$ : nilai *single exponential smoothing* $t-1$ (sebelumnya)
$S''_{t-1}$ : nilai *double exponential smoothing* $t-1$ (sebelumnya)
$m$ : jumlah periode ke $m$ yang akan diramalkan
$F_{t+m}$ : hasil peramalan pada periode $t+m$

Ketika *t=1*, nilai $S'_{t-1}$ dan $S''_{t-1}$ tidak tersedia, sehingga persamaan (1) dan (2) tidak dapat digunakan. Maka untuk menentukan nilai awal, $S'_t$ dan $S''_t$ dapat disamakan dengan $X_t$ (data aktual pertama) atau dihitung menggunakan rata-rata dari beberapa data awal sebagai titik awal (Makridakis, dkk. 1999).

Pemulusan eksponensial ganda satu parameter yang dikembangkan oleh Brown didasarkan pada konsep yang serupa dengan metode rata-rata bergerak ganda (*double moving average*). Hal ini dikarenakan baik nilai pemulusan tunggal maupun ganda memiliki keterlambatan terhadap data aktual ketika terdapat komponen tren. Dengan mengacu pada analogi antara rata-rata bergerak tunggal dan pemulusan eksponensial tunggal, metode pemulusan eksponensial ganda dapat dikembangkan dari konsep rata-rata bergerak ganda. Pendekatan ini menarik karena mampu mengatasi salah satu keterbatasan rata-rata bergerak tunggal, yakni kebutuhan untuk menyimpan nn nilai terakhir dalam rata-rata bergerak linear. Dalam metode ini, jumlah data yang diperlukan hanya sebanyak *(2n−1)(2n−1)* (Makridakis, 1995).

b. Metode *Double Exponential Smoothing* Dua Parameter dari Holt

Metode *double exponential smoothing* yang dikembangkan oleh Holt memiliki prinsip yang serupa dengan metode Brown, namun terdapat perbedaan dalam penerapannya. Holt tidak secara langsung menggunakan rumus *double smoothing*, melainkan memuluskan nilai tren dengan parameter yang berbeda dari parameter yang digunakan pada deret data asli. Karena memiliki parameter terpisah untuk tingkat dan tren, maka metode ini lebih stabil terhadap perubahan data yang fluktuatif.

Peramalan dengan metode ini dilakukan menggunakan dua konstanta atau parameter pemulusan dengan rentang nilai antara *0* dan *1* serta tiga persamaan utama (Makridakis, 2000). Pemulusan dilakukan pada data pada periode ke-t.

$$S_t = \alpha X_t + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) \tag{6}$$

Perhitungan nilai konstanta atau nilai kemiringan atau gradien digunakan persamaan:

$$b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} \tag{7}$$

dimana,

$$b_1 = \frac{(x_2 - x_1) + (x_4 - x_3)}{2} \tag{8}$$

Persamaan yang digunakan untuk membuat peramalan pada periode $m$ yang akan datang adalah:

$$F_{t+m} = S_t + b_t m \tag{9}$$

dengan

$S_t$ : nilai *exponential smoothing* pada periode $t$
$\alpha$ : parameter pemulusan untuk data $(0 < \alpha < 1)$
$\beta$ : parameter pemulusan untuk estimasi *trend* $(0 < \beta < 1)$
$X_t$ : nilai aktual pada periode $t$
$b_t$ : estimasi *trend* pada periode $t$
$b_{t-1}$ : estimasi *trend* pada periode $t-1$
$S_{t-1}$ : nilai pemulusan periode $t-1$

Untuk menentukan nilai $\alpha$ pada data, perlu dilakukan analisis terhadap pola historis data aktual. Jika pola historis menunjukkan fluktuasi yang tinggi atau ketidakstabilan dari waktu ke waktu, maka nilai $\alpha$ yang dipilih cenderung mendekati 1. Sebaliknya, jika pola historis menunjukkan kestabilan, nilai $\alpha$ yang dipilih sebaiknya mendekati 0. Pendekatan serupa juga berlaku dalam penentuan nilai $\beta$. Jika pola estimasi data tren menunjukkan ketidakstabilan, nilai $\beta$ yang dipilih akan mendekati 1. Sebaliknya, jika pola data tersebut stabil, nilai $\beta$ yang dipilih akan mendekati 0.

### *2.2. MAPE (Mean Absolute Percentage Error)*

Karena keterbatasan kemampuan Mean Square Error (MSE) sebagai ukuran ketepatan peramalan, maka akan diuraikan suatu ukuran alternatif, yaitu Mean Absolute Percentage Error (MAPE). MAPE merupakan metrik evaluasi yang digunakan untuk menghitung rata-rata persentase selisih antara nilai aktual dan nilai prediksi.

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} |PE_t| \tag{10}$$

dengan $n$ adalah banyaknya periode dan $PE_t$ adalah kesalahan persentasenya (*percentage error*):

$$PE_t = \left[\frac{X_t - F_t}{X_t}\right] 100\ \% \tag{11}$$

Nilai MAPE yang lebih kecil menunjukkan bahwa hasil estimasi semakin mendekati data aktual, sehingga metode yang digunakan dapat dianggap sebagai metode yang paling baik (Makridakis, 2000).

**Tabel 1.** *Range* nilai MAPE

| Nilai MAPE | Interpretasi |
|---|---|
| $\leq 10$ % | Hasil peramalan sangat akurat |
| $(10 - 20)$ % | Hasil peramalan baik |
| $(20 - 50)$ % | Hasil peramalan layak (cukup baik) |
| $> 50$ % | Hasil peramalan tidak akurat |

*Sumber :* (Lewis, 1982)

Semakin kecil nilai ukuran kesalahan yang dihasilkan oleh suatu model, maka dapat disimpulkan bahwa model tersebut semakin mampu memberikan prediksi yang mendekati nilai sebenarnya. Ketika ingin membandingkan ketepatan berbagai metode peramalan, MAPE umumnya dianggap sebagai metrik yang lebih reliabel (Prastyo, 2011). Hal ini dikarenakan MAPE dapat memberikan gambaran yang lebih jelas mengenai besarnya kesalahan prediksi secara persentase, sehingga memudahkan dalam melakukan perbandingan antar model.

### *2.3. Optimasi*

Optimasi, secara sederhana, adalah pencarian nilai ekstrem dari suatu fungsi. Dalam konteks peramalan, optimasi berperan krusial dalam menentukan parameter model yang optimal. Tujuan utama dari proses optimasi dalam peramalan adalah untuk meminimalkan selisih antara nilai prediksi dengan nilai aktual, sehingga diperoleh hasil ramalan yang seakurat mungkin (Novalia dkk., 2018).

Secara analitik, nilai ekstrem dari suatu persamaan :

$$y = f(x) \tag{12}$$

dapat diperoleh pada salah satu harga (batas) $x$ yang memenuhi :

$$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} = 0 \tag{13}$$

Pada penelitian ini metode optimasi yang digunakan adalah metode optimasi dengan menggunakan pendekatan algoritma kuadratik.

### *2.4. Metode Optimasi Algoritma Kuadratik*

Nilai parameter α yang optimal adalah nilai yang menghasilkan peramalan yang paling akurat terhadap data yang sebenarnya. Penentuan nilai α dapat dilakukan melalui dua pendekatan, yaitu optimasi dengan menggunakan algoritma non-linear atau dengan metode trial and error (Makridakis, 1999). Pendekatan optimasi dengan algoritma non-linear memungkinkan penentuan nilai parameter α secara efisien dan akurat, sementara metode trial and error memerlukan waktu yang lebih lama dan proses yang berulang-ulang untuk mencapai nilai yang optimal. Oleh karena itu, untuk memperoleh peramalan yang lebih tepat dan efisien, disarankan untuk menggunakan optimasi parameter α dengan algoritma non-linear (Novalia, dkk, 2018). Dalam penelitian ini, algoritma non-linear yang digunakan adalah algoritma kuadratik, yang berlandaskan pada interpolasi fungsi ke dalam bentuk persamaan kuadrat untuk menemukan titik minimum (Nurhidayati, 2012).

Bentuk umum persamaan kuadrat :

$$y(\alpha) = \mathrm{a}\alpha^2 + b\alpha + c \tag{14}$$

Fungsi kuadrat di atas merupakan bentuk umum dari persamaan polinomial orde 2 yang melalui tiga titik. Karena persamaan fungsi kuadrat berorde 2 maka tinjau tiga buah titik $(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)$ sehingga:

$$y(\alpha_0) = \mathrm{a}\alpha_0^2 + b\alpha_0 + c \tag{15}$$
$$y(\alpha_1) = \mathrm{a}\alpha_1^2 + b\alpha_1 + c \tag{16}$$
$$y(\alpha_2) = \mathrm{a}\alpha_2^2 + b\alpha_2 + c \tag{17}$$

Dengan menyelesaikan $y(\alpha_0), y(\alpha_1), y(\alpha_2)$ didapatkan nilai a dan $b$ .

Untuk mendapatkan nilai minimum dari persamaan umum fungsi kuadrat dapat diperoleh menggunakan turunan pertama, sehingga:

$$\alpha = \frac{-b}{2\mathrm{a}} \tag{18}$$

Nilai $\alpha_0$ dan $\alpha_2$ didefinisikan sebagai titik pendekatan awal yang nilainya bisa ditentukan berdasarkan batasan nilai parameter $\alpha$ dalam pemulusan eksponensial yaitu $0 < \alpha < 1$. Setelah menentukan nilai $\alpha_0$ dan $\alpha_2$ maka untuk menentukan nilai $\alpha_1$ menggunakan rumus (The Jin Ai, 1999) :

$$\alpha_1 = \frac{(\alpha_0 + \alpha_2)}{2} \quad (19)$$

Rumus jarak antara $\alpha_0$ dan $\alpha_1$ :

$$h = \alpha_1 - \alpha_0 \quad (20)$$

Apabila jarak interval antara $\alpha_0 - \alpha_1$ dan $\alpha_1 - \alpha_2$ sama dengan $h$ dan dengan harga $y(\alpha_1)$ kurang dari $y(\alpha_0)$ dan $y(\alpha_2)$, maka akan diperoleh absis minimum:

$$\alpha^* = \alpha_1 + \frac{h[y(\alpha_0) - y(\alpha_2)]}{2[y(\alpha_0) - 2y(\alpha_1) + y(\alpha_2)]} \quad (21)$$

Tahapan berikutnya dilakukan dengan membandingkan nilai yang lebih kecil antara $y(\alpha_1)$ dan $y(\alpha^*)$, dan jarak interval yang semakin kecil dengan perbandingan $1/2$ dari iterasi sebelumnya karena $\alpha^*$ terletak pada interval yang berjarak $\pm\, h/2$ dari $\alpha_1$, sedangkan untuk penentuan nilai $h$, $\alpha_0$ dan $\alpha_2$ yaitu dengan rumus ( The Jin Ai, 1999)

$$h_t = h_{t-1}/2 \quad (22)$$

$$\alpha_0 = \alpha_1 - h \quad (23)$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + h \quad (24)$$

Kelebihan dari algoritma tersebut yaitu mampu mengurangi daerah batas pada setiap iterasinya dan nilai parameter $\alpha$ optimum terletak pada interval akhir.

## 3. Hasil dan Pembahasan

Dalam penelitian ini dilakukan peramalan menggunakan dua metode yaitu *Double Exponential Smoothing* dari *Holt* dan *Brown* menggunakan Optimasi algoritma kuadratik dalam mencari nilai parameter pemulusan yang optimal, berikut penjelasannya:

### *3.1 Double Exponential Smoothing Brown*

Pada model DES *Brown* dilakukan dua kali penghalusan dan kemudian dilakukan peramalan. Sebelum melakukan peramalan menggunakan model DES *Brown* hal yang pertama yang harus dilakukan yaitu menentukan nilai pemulusan *single* $(S'_1)$ dan nilai pemulusan *double* $(S''_1)$. Dalam penetapan nilai pemulusan *single* dan nilai pemulusan *double* , dapat digunakan nilai aktual yang pertama $(X_1)$ sehingga nilai pemulusan pertama untuk $(S'_1)$ dan $(S''_1)$ akan sama dengan nilai data aktual pertama yaitu $(X_1)$ . Selain itu nilai yang akan ditetapkan pada model DES *Brown* yaitu nilai parameter yang akan digunakan dalam metode tersebut. Untuk model ini menggunakan satu parameter yaitu $(\alpha)$. Penentuan parameter pemulusan dilakukan menggunakan metode algoritma kuadratik. Untuk penetapan nilai parameter optimal berdasarkan nilai MAPE.

Dengan menggunakan persamaan dan langkah-langkah analisis data pada metode *Brown* diperoleh hasil perhitungan untuk nilai $\alpha$ menggunakan metode algoritma kuadratik dirangkum pada Tabel 1 berikut:

**Tabel 1.** Hasil perhitungan untuk nilai $\alpha$ menggunakan Metode Algoritma Kuadratik

| No | $\alpha_0$ | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\alpha^*$ | $h_t = h_{t-1}/2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,01 | 0,5 | 0,99 | 0,574605577 | 0,49 |
| 2 | 0,255 | 0,5 | 0,745 | 0,359311842 | 0,245 |
| 3 | 0,1325 | 0,255 | 0,3775 | 0,190584744 | 0,1225 |
| 4 | 0,07125 | 0,1325 | 0,19375 | 0,116332203 | 0,06125 |
| 5 | 0,085707203 | 0,116332203 | 0,146957203 | 0,098541874 | 0,030625 |
| 6 | 0,083229374 | 0,098541874 | 0,113854374 | 0,096580193 | 0,0153125 |
| 7 | 0,088923943 | 0,096580193 | 0,104236443 | 0,094258868 | 0,00765625 |
| 8 | 0,092752068 | 0,096580193 | 0,100408318 | 0,096458575 | 0,003828125 |

| No | $\alpha_0$ | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\alpha^*$ | $h_t = {h_{t-1}}/{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 0,094544513 | 0,096458575 | 0,098372638 | 0,095864692 | 0,0019140625 |
| 10 | 0,095501544 | 0,096458575 | 0,097415606 | 0,096159043 | 0,00095703125 |
| 11 | 0,095980069 | **0,096458575** | 0,096937081 | 0,096312621 | 0,00047850625 |

Dari Tabel 1 dapat dilihat bahwa iterasi berhenti pada iterasi ke-11 dengan nilai $h = 0{,}00047850625$ kurang dari 0,0005, dan dengan nilai $\alpha_1$ telah konvergen yang artinya bahwa dengan nilai optimum $\alpha$ sebesar 0,096458575. Berdasarkan dari parameter optimum yang sudah didapatkan pada metode *Brown* sehingga didapatkan fungsi untuk mencari periode ke $m$ sebagai berikut :

$$F_{60+m} = 4.438.231 + 14.183\ m$$

### 3.2 *Double Exponential Smoothing Holt*

Pada peramalan menggunakan model DES *Holt* dengan dua parameter yaitu $(\alpha)$ dan $(\beta)$, hal pertama yang harus dilakukan yaitu menentukan nilai pemulusan pertama $(S_1)$ dan menentukan suatu nilai untuk nilai *trend* $(b_1)$ pertama. Dalam penetapan nilai pemulusan pertama $(S_1)$, dapat digunakan nilai aktual yang pertama $(X_1)$ sehingga nilai pemulusan pertama $(S_1)$ akan sama dengan nilai data aktual pertama yaitu $(X_1)$. Untuk menentukan nilai trend $(b_1)$ pertama menggunakan persamaan (8).

Adapun untuk langkah perhitungannya hampir sama dengan perhitungan DES *Brown*, tetapi dalam model ini karena menggunakan dua parameter yaitu $(\alpha)$ dan $(\beta)$, sehingga dilakukan pencarian nilai parameter satu per satu. Penentuan parameter dilakukan menggunakan metode algoritma kuadratik dengan mencari nilai $\alpha$ optimum terlebih dahulu dengan menggunakan titik $\beta$ yang konstan yaitu 0,5. Setelah itu dilanjutkan dengan pencarian nilai $\beta$ optimum menggunakan nilai $\alpha$ optimum yang sudah didapatkan.

Titik $\alpha_0, \beta_0, \alpha_2, \beta_2$ yang didefinisikan sebagai titik pendekatan awal yang nilainya bisa ditentukan berdasarkan batasan nilai parameter $\alpha$ dan $\beta$ dalam pemulusan eksponensial yaitu $0 < \alpha, \beta < 1$. Titik-titik tersebut nilainya dapat berubah-ubah sampai memenuhi syarat $h < \varepsilon$, maka iterasi sudah terpenuhi dan dihentikan. Nilai $\varepsilon$ merupakan batas toleransi berhentinya iterasi yaitu 0,001. Untuk penetapan nilai parameter optimal berdasarkan nilai MAPE. Berikut pencarian parameter optimum metode *Holt*:

a. Nilai Parameter $\boldsymbol{\alpha}$ Optimum dengan asumsi nilai $\boldsymbol{\beta}$ Konstan

Dengan menggunakan persamaan dan langkah-langkah analisis data pada metode *Holt* diperoleh hasil perhitungan untuk nilai $\alpha$ menggunakan metode algoritma kuadratik dengan asumsi nilai $\beta$ konstan dirangkum pada Tabel 2 berikut:

**Tabel 2.** Data Hasil Perhitungan untuk nilai $\alpha$ optimum dengan nilai $\beta$ = 0,5 konstan menggunakan Metode Algoritma Kuadratik

| No | $\alpha_0$ | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\alpha^*$ | $h_t = {h_{t-1}}/{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,01 | 0,5 | 0,99 | 0,737752386 | 0,49 |
| 2 | 0,255 | 0,5 | 0,745 | 0,56244229 | 0,245 |
| 3 | 0,3775 | 0,5 | 0,6225 | 0,531506893 | 0,1225 |
| 4 | 0,470256893 | 0,531506893 | 0,592756893 | 0,525885734 | 0,06125 |
| 5 | 0,495260734 | 0,525885734 | 0,556510734 | 0,520811457 | 0,030625 |
| 6 | 0,505498957 | 0,520811457 | 0,536123957 | 0,516579846 | 0,0153125 |
| 7 | 0,508923596 | 0,516579846 | 0,524236096 | 0,517509836 | 0,00765625 |
| 8 | 0,512751721 | 0,516579846 | 0,520407971 | 0,517384979 | 0,003828125 |
| 9 | 0,514665784 | 0,516579846 | 0,518493909 | 0,517270843 | 0,0019140625 |
| 10 | 0,515622815 | 0,516579846 | 0,517536877 | 0,516928132 | 0,00095703125 |
| 11 | 0,516101330 | **0,516579846** | 0,517058362 | 0,516600093 | 0,00047850625 |

Pada Tabel 2 telah tertera bahwa iterasi berhenti pada iterasi ke-11 karena nilai $h = 0{,}00047850625$ kurang dari nilai $\varepsilon = 0{,}0005$ dan didapatkan nilai optimum $\alpha$ sebesar 0,516579846.

### b. Nilai Parameter $\beta$ Optimum dengan asumsi nilai $\alpha$ Konstan

Nilai $\beta$ optimum dicari menggunakan nilai $\alpha$ optimum yang sudah didapatkan yaitu $0{,}516579846$. Dengan menggunakan cara dan langkah analisis data yang sama seperti sebelumnya diperoleh hasil perhitungan untuk nilai $\beta$ menggunakan metode algoritma kuadratik dengan asumsi nilai $\alpha$ konstan dirangkum pada Tabel 3 berikut:

**Tabel 3.** Data Hasil Perhitungan untuk nilai $\beta$ optimum dengan nilai $\alpha = 0{,}516579846$ menggunakan Metode Algoritma Kuadratik

| No | $\boldsymbol{\beta_0}$ | $\boldsymbol{\beta_1}$ | $\boldsymbol{\beta_2}$ | $\boldsymbol{\beta^*}$ | $\boldsymbol{h_t = h_{t-1}/2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,01 | 0,5 | 0,99 | 0,707946877 | 0,49 |
| 2 | 0,255 | 0,5 | 0,745 | 0,479337066 | 0,245 |
| 3 | 0,356837066 | 0,479337066 | 0,601837066 | 0,449363740 | 0,1225 |
| 4 | 0,38811374 | 0,449363740 | 0,51061374 | 0,419639462 | 0,06125 |
| 5 | 0,389014462 | 0,419639462 | 0,450264462 | 0,419287128 | 0,030625 |
| 6 | 0,403974628 | 0,419287128 | 0,434599628 | 0,419683765 | 0,0153125 |
| 7 | 0,411630878 | 0,419287128 | 0,426943378 | 0,416263342 | 0,00765625 |
| 8 | 0,412435217 | 0,416263342 | 0,420091467 | 0,416068999 | 0,003828125 |
| 9 | 0,414154937 | 0,416068999 | 0,417983062 | 0,416013252 | 0,0019140625 |
| 10 | 0,415111968 | 0,416068999 | 0,417026030 | 0,416033722 | 0,00095703125 |
| 11 | 0,415076691 | **0,416033722** | 0,416512238 | 0,415959605 | 0,00047850625 |

Pada Tabel 3 telah tertera bahwa iterasi berhenti pada iterasi ke-11 karena nilai $h = 0{,}00047850625$ kurang dari nilai $\varepsilon = 0{,}005$ dan didapatkan nilai $\beta$ optimum sebesar 0,416033722. Berikut adalah tabel nilai $\alpha$ dan $\beta$ optimum yang dicari bergantian menggunakan nilai $\alpha$ dan $\beta$ optimum yang sudah didapatkan sebelumnya.

**Tabel 4.** Nilai $\alpha$ optimum dengan asumsi nilai $\beta = 0{,}416033722$ konstan

| No | $\boldsymbol{\alpha_0}$ | $\boldsymbol{\alpha_1}$ | $\boldsymbol{\alpha_2}$ | $\boldsymbol{\alpha^*}$ | $\boldsymbol{h_t = h_{t-1}/2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,01 | 0,5 | 0,99 | 0,733983783 | 0,49 |
| 2 | 0,255 | 0,5 | 0,745 | 0,580176585 | 0,245 |
| 3 | 0,457676585 | 0,580176585 | 0,702676585 | 0,571556087 | 0,1225 |
| 4 | 0,510306087 | 0,571556087 | 0,632806087 | 0,548072236 | 0,06125 |
| 5 | 0,517447236 | 0,548072236 | 0,578697236 | 0,538680721 | 0,030625 |
| 6 | 0,523368221 | 0,538680721 | 0,553993221 | 0,535100918 | 0,0153125 |
| 7 | 0,527444668 | 0,535100918 | 0,542757168 | 0,531182963 | 0,00765625 |
| 8 | 0,527354838 | 0,531182963 | 0,535011088 | 0,530278307 | 0,003828125 |
| 9 | 0,528364245 | 0,530278307 | 0,532192379 | 0,529241498 | 0,0019140625 |
| 10 | 0,529321276 | 0,530278307 | 0,531235338 | 0,529959297 | 0,00095703125 |
| 11 | 0,529480781 | **0,529959297** | 0,530437813 | 0,528980783 | 0,00047850625 |

Berdasarkan Tabel 4 didapatkan nilai $\alpha$ optimum sebesar $\alpha = 0{,}529959297$.

**Tabel 5.** Nilai $\beta$ optimum dengan asumsi nilai $\alpha = 0{,}529959297$ konstan.

| No | $\boldsymbol{\beta_0}$ | $\boldsymbol{\beta_1}$ | $\boldsymbol{\beta_2}$ | $\boldsymbol{\beta^*}$ | $\boldsymbol{h_t = h_{t-1}/2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,01 | 0,5 | 0,99 | 0,70259344 | 0,49 |
| 2 | 0,255 | 0,5 | 0,745 | 0,458616045 | 0,245 |
| 3 | 0,336116045 | 0,458616045 | 0,581116045 | 0,432347641 | 0,1225 |
| 4 | 0,371097641 | 0,432347641 | 0,493597641 | 0,400390017 | 0,06125 |

| No | $\beta_0$ | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta^*$ | $h_t = {h_{t-1}}/{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 0,369765017 | 0,400390017 | 0,431015017 | 0,399739274 | 0,030625 |
| 6 | 0,385077517 | 0,400390017 | 0,415702517 | 0,410158285 | 0,0153125 |
| 7 | 0,408046267 | 0,415702517 | 0,423358767 | 0,412606259 | 0,00765625 |
| 8 | 0,408778134 | 0,412606259 | 0,416434384 | 0,412470808 | 0,003828125 |
| 9 | 0,410692197 | 0,412606259 | 0,414520322 | 0,413966806 | 0,0019140625 |
| 10 | 0,413563291 | 0,414520322 | 0,415477353 | 0,414201312 | 0,00095703125 |
| 11 | 0,413722796 | **0,414201312** | 0,414679828 | 0,414185921 | 0,00047850625 |

Berdasarkan Tabel 5 didapatkan nilai $\beta$ optimum sebesar $\beta = 0{,}414201312$

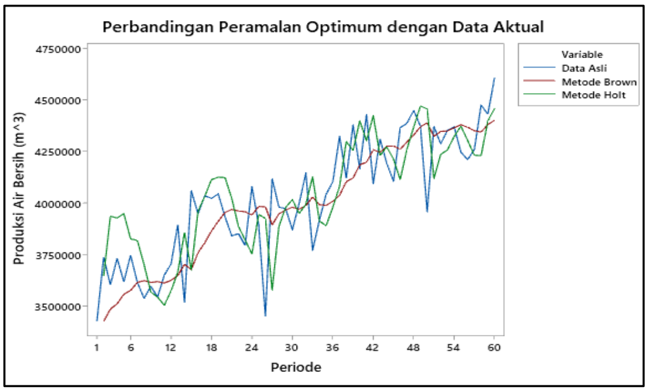
Hasil dari kedua parameter baru yang didapatkan digunakan sebagai perbandingan dengan parameter optimum sebelumnya. Berdasarkan tabel 6, 7, dan 8 bahwa setelah dilakukan pengulangan perhitungan nilai parameter $\alpha$ dan $\beta$ optimum terletak pada rentang titik yang sama yaitu sekitar 0,5 untuk $\alpha$ dan 0,4 untuk $\beta$. Sehingga pada penelitian ini digunakanlah titik pencarian terakhir untuk $\alpha = 0{,}529959297$ dan $\beta = 0{,}414201312$ sebagai titik parameter optimum metode *Holt.*

Berdasarkan dari parameter optimum yang sudah didapatkan pada metode *Holt* sehingga didapatkan fungsi untuk mencari periode ke $m$ sebagai berikut:

$$\boldsymbol{F_{60+m} = 4.537.166 + 77.393\ m}$$

### *3.3 Perbandingan Model Terbaik*

Grafik diberikut merupakan grafik perbandingan dari data aktual dengan data hasil peramalan menggunakan parameter optimum dari DES Holt dan DES Brown.




Gambar 1. Perbandingan peramalan dengan parameter optimum

Hasil peramalan dengan metode Holt menunjukkan grafik yang mengalami peningkatan nilai pada periode awal dan polanya hampir sama dengan data aktualnya, sedangkan untuk hasil peramalan dengan metode Brown lebih stabil dibandingkan dengan grafik metode Holt dan grafik data aktual. Berdasarkan nilai MAPE diperoleh bahwa nilai error dari DES Brown lebih kecil dari pada DES Holt. Untuk lebih jelas dapat dilihat pada tabel sebagai berikut:

**Tabel 6.** Hasil Parameter Optimum dengan Metode Algoritma Kuadratik

| Model | DES Brown | DES Holt |
|---|---|---|
| **MAPE (%)** | $\mathbf{3{,}2861437}$ | $\mathbf{3{,}9569405}$ |

Berdasarkan hasil perbandingan nilai MAPE ≤ 10 % studi kelayakan menunjukkan kedua model sangat akurat untuk peramalan. DES Brown lebih baik karena nilai MAPE DES Brown memiliki nilai MAPE lebih optimum.

## 4. Kesimpulan

Berdasarkan dari hasil pembahasan diketahui bahwa pencarian parameter optimum dilakukan menggunakan metode optimasi Algoritma Kuadratik dengan model DES *Brown* dan DES *Holt*. Pada DES *Brown* satu parameter diperoleh parameter optimum $\alpha = 0{,}096458575$ dengan nilai MAPE = 3,2861437% dan model yang didapatkan adalah $F_{60+m} = 4.438.231 + 14.183\, m$**.** Pada DES *Holt* dua parameter diperoleh parameter optimum $\alpha = 0{,}529959297$ dan $\beta = 0{,}414201312$ dengan nilai MAPE = 3,9569405% dan model yang didapatkan adalah $F_{60+m} = 4.537.166 + 77.393\, m$**.** Berdasarkan hasil perbandingan nilai MAPE disimpulkan bahwa DES *Brown* yang lebih baik untuk meramalkan jumlah produksi air bersih PT. Air Minum Giri Menang (Perseroda) untuk periode Januari – Juni 2023.

## DAFTAR PUSTAKA


Aden. (2020). *Forecasting the exponential smoothing methods*. Tangerang Selatan: Unpam Press.

Ambarita, G. (2001). Peran PERPAMSI dalam era desentralisasi menuju penyediaan air minum yang sehat. Dipresentasikan pada Seminar Hari Bumi Sedunia, April 2001.

Badan Pusat Statistik. (2022). Kependudukan. Retrieved May 5, 2022, from https://ntb.bps.go.id.

Bidangan, J., Purnamasari, I., & Hayati, N. M. B. (2016). Perbandingan peramalan metode double exponential smoothing satu parameter Brown dan metode double exponential smoothing dua parameter Holt. *Jurnal Statistika, Universitas Muhammadiyah Statistika, 4*(1), 14.

Ginting, R. (2007). *Sistem produksi*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Hartanti, O. D. (2014). Perbandingan hasil peramalan dengan metode double exponential smoothing Holt dan metode jaringan syaraf tiruan. *Jurnal Biometrika dan Kependudukan, 3*(2), 144.

Heizer, J., & Render, B. (2009). *Manajemen operasi* (Terjemahan). Jakarta: Salemba Empat.

Ibrahim, M., et al. (2020). Analisis percepatan peningkatan IPM menggunakan metode Holt: Studi kasus negara ASEAN. *Jurnal Kajian Penelitian dan Pengembangan Pendidikan, 8*(1), 19–26.

Jannah, W., & Itratip. (2016). Kajian pengolahan dan distribusi air minum PDAM Giri Menang. *Jurnal Ilmu Manajemen dan Teknik Rekayasa*, 351–355.

Mahkya, D. A., Yasin, H., & Mukid, M. A. (2014). Aplikasi metode golden section untuk optimasi parameter pada metode exponential smoothing. *Jurnal Gaussian, 3*(4), 605–614.

Makridakis, S. (2000). *Metode dan aplikasi peramalan* (Vol. 2). Jakarta: Interaksara.

Makridakis, S., & Wheelwright, S. C. (1995). *Metode dan aplikasi peramalan*. Jakarta: Erlangga.

Makridakis, S., Wheelwright, S. C., & McGee, V. E. (1999). *Metode dan aplikasi peramalan* (Terjemahan, Vol. 1, Edisi Revisi, alih bahasa oleh H. Suminto). Jakarta: Binarupa Aksara.

Novalia, D., Sugiman, & Sunarmi. (2018). Perbandingan hasil optimasi pada metode Brown's one-parameter double exponential smoothing menggunakan algoritma non-linear programming berbantu Matlab. *UNNES Journal of Mathematics, 7*(1), 22.

Nurhidayati, E. N. (2012). *Penggunaan algoritma nonlinear programming untuk mengoptimalkan parameter alpha dalam metode pemulusan eksponensial satu parameter*. Surabaya: Institut Sepuluh November.

Prastyo, D. D. (2011). *Analisis time series*. Retrieved November 10, 2011, from http://www.its.ac.id.

Qarani, M. A., Santoso, R., & Safitri, D. (2018). Pengembangan estimasi parameter pada metode exponential smoothing Holt-Winters additive menggunakan metode optimasi golden section (Studi kasus: Wisatawan mancanegara yang menggunakan jasa akomodasi di DIY). *Jurnal Gaussian, 7*(4), 348–360.

Riska, P. F. (2016). Perbandingan metode DES (double exponential smoothing) dengan TES (triple exponential smoothing) pada penjualan rokok (Studi kasus Toko Utama Lumajang). *Jurnal Ilmu Pengetahuan dan Teknologi*, *4*(1), 22.

Romadhona, B. (2013). *Perlindungan hak-hak konsumen dalam pelayanan air bersih PDAM Surya Sembada Kota Surabaya* (Skripsi). Universitas Pembangunan Nasional, Surabaya.

Santoso, B. I., Hardinsyah, Siregar, P., & Pardede, S. O. (2011). *Air bagi kesehatan*. Jakarta: Centra Communications.

Siregar, R. (2018). Perbandingan hasil ramalan produksi ikan dengan metode pemulusan eksponensial ganda dari Brown dan dua parameter dari Holt di Pelabuhan Perikanan Samudera Belawan Medan. Sumatera Utara: Universitas Sumatera Utara.

The Jin Ai. (1999). Optimasi peramalan pemulusan eksponensial satu parameter dengan menggunakan algoritma non-linear programming. *Jurnal Teknologi Industri*, *3*(3), 139–148.

Tresnani, H. W., Agus, S., & Khabib, M. (2018). Optimasi parameter pada metode peramalan Grey Holt-Winter exponential smoothing dengan golden section. *Jurnal Berkala MIPA*, *25*(3), 312–325.

Wei, W. S. (2006). *Time series analysis: Univariate and multivariate methods* (2nd ed.). Boston: Addison Wesley.

Zainun, N. Y., & Majid, Z. A. (2003). *Low cost house demand predictor*. Malaysia: Universitas Teknologi Malaysia.